

3. FEJEZET

3.1 Alfejezet

$$\begin{aligned}
 1. \quad \max z &= 30x_1 + 100x_2 \\
 \text{f.h.} \quad x_1 + x_2 &\leq 7 \quad (\text{földterületi korlát}) \\
 4x_1 + 10x_2 &\leq 40 \quad (\text{munkaerő korlát}) \\
 10x_1 &\geq 30 \quad (\text{kormányzati előírás}) \\
 x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

2a. Nincs, a kormányzati előírás nem teljesül.

2b. Nincs; a munkarő korlát nem teljesül.

2c. Nincs, $x_2 \geq 0$ nem teljesül

2d. Igen, minden feltétel, s az előjelfeltételek is teljesülnek.

3. 1 mázsa kukoricához 1/10 hektár föld és 4/10 óra munka, míg 1 mázsa búzához 1/25 hektár föld és 10/25 óra munka szükséges. Ez a következő feladathoz vezet:

$$\begin{aligned}
 \max z &= 3x_1 + 4x_2 \\
 \text{feltéve, hogy} \\
 x_1/10 + x_2/25 &\leq 7 \quad (\text{földterület korlát}) \\
 4x_1/10 + 10x_2/25 &\leq 40 \quad (\text{munkaerő korlát}) \\
 x_1 &\geq 30 \quad (\text{kormányzati előírás}) \\
 x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

4. x_1 = Az 1. típusú teherautóból készített napi darabszám

x_2 = A 2. típusú teherautóból készített napi darabszám

A profitot 100 dollár egységben mérve a következő megfogalmazást kapjuk:

$$\begin{aligned}
 \max z &= 3x_1 + 5x_2 \\
 \text{feltéve, hogy } x_1/800 + x_2/700 &\leq 1 \quad (\text{Festési kapacitáskorlát}) \\
 x_1/1500 + x_2/1200 &\leq 1 \quad (\text{Összeszerelési korlát}) \\
 x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

5. Ha vannak $>$ és/vagy $<$ korlátok, akkor lehet, hogy egy feladatnak nincs optimális megoldása.

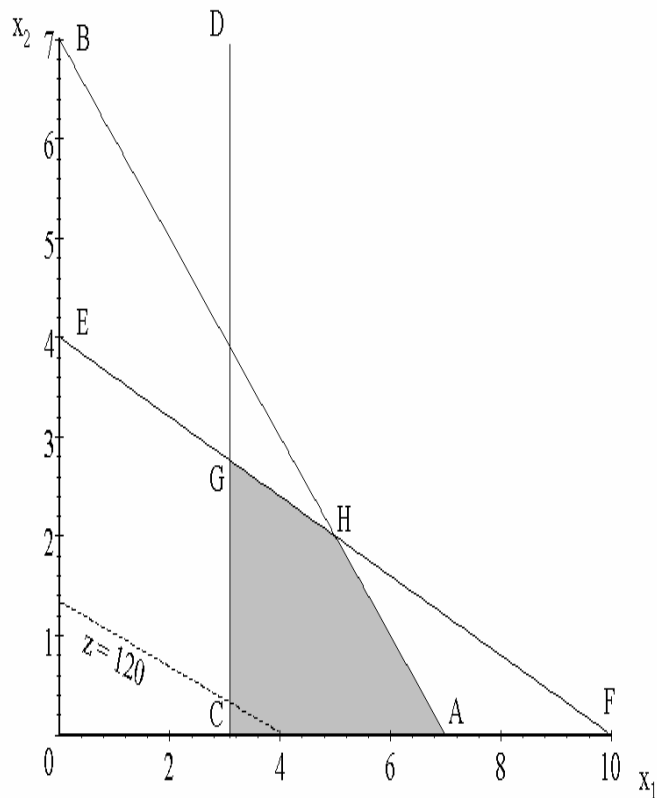
Tekintsük a $\max z = x$ feltéve, hogy $x < 1$ feladatot.

Világos, hogy ennek a feladatnak nincs optimális megoldása (az 1-nél - határozottan - kisebb számok között nincs legnagyobb!).

3.2 Alfejezet

1. EF a $4x_1 + 10x_2 = 40$ egyenlet, CD az $x_1 = 3$, és AB az $x_1 + x_2 = 7$ egyenlet képét adó egyenes. A lehetséges tartományt az ACGH adja. A pontozott vonal a célfüggvény $30x_1 + 100x_2 = 120$ egyenlőség által megadott szintvonal egyenese. A G pont

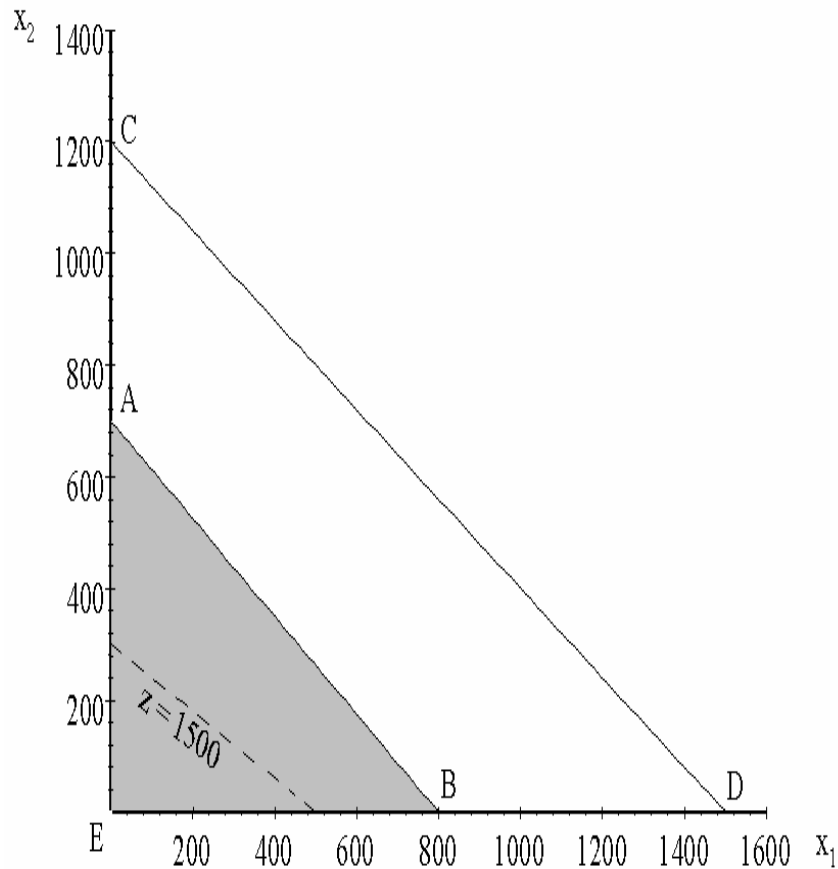
optimális. G-ben a $10x_1 \geq 30$ és $4x_1 + 10x_2 \leq 40$ feltételek aktívak. Így az optimális megoldásban $x_1 = 3$, $x_2 = 2.8$ és $z = 30(3) + 100(2.8) = 370$.



2. AB az $x_1/800 + x_2/700 = 1$ CD pedig az $x_1/1500 + x_2/1200 = 1$ egyenlethez tartozó egyenes.

A lehetséges tartományt az ABE adja meg. A pontozott vonal a $z = 3x_1 + 5x_2 = 1500$ képe. A célfüggvény szintvonal egyenesét felfelé és jobbra mozgatva az optimális megoldás ott lesz, ahol az $x_1 \geq 0$ és a festési kapacitáskorlát feltétele aktívak.

Így az $x_1 = 0$, $x_2 = 700$, $z = 3500$ (százás egységekben számolva) az optimális megoldást adja.



3. x_1 = az 1. eljárás működtetési óráinak száma
 x_2 = ugyanez a 2. eljárásra.

Ekkor az adódó LP feladat a következő:

$$\min z = 4x_1 + x_2$$

feltéve, hogy $3x_1 + x_2 \geq 10$ (A feltétel)

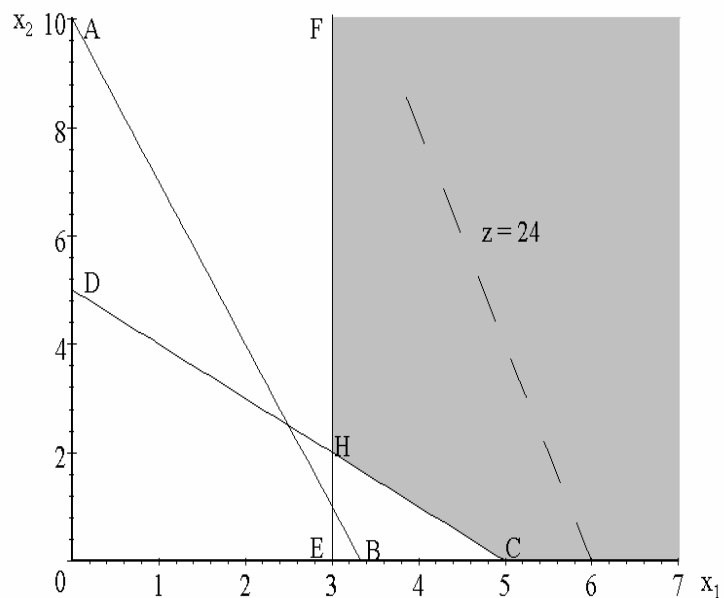
$$x_1 + x_2 \geq 5 \quad (\text{B feltétel})$$

$$x_1 \geq 3 \quad (\text{C feltétel})$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

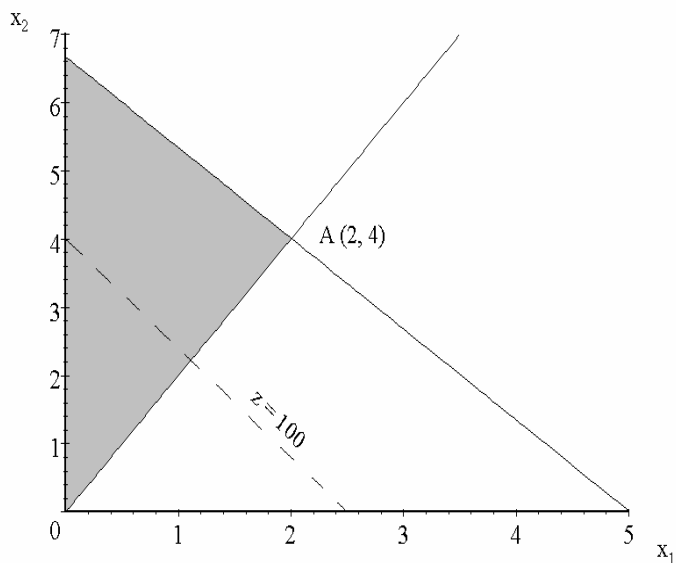
AB a $3x_1 + x_2 = 10$, CD az $x_1 + x_2 = 5$, EF az $x_1 = 3$ egyenes. A lehetséges tartomány be van sötétítve.

A pontozott vonal a költségfüggvény $4x_1 + x_2 = 24$ szintvonal egyenese. Ezt balra lefelé mozgatva látjuk, hogy H (ahol a B és C feltételek egyenesei metszik egymást) az optimális pont. Így az LP optimális megoldása $x_1 = 3$, $x_2 = 2$, $z = 4(3) + 2 = \$14$.



- 4a. x_1 -t növelni, x_2 -t pedig csökkenteni akarjuk, így lefelé és jobbra mozdulunk el.
- 4b. x_1 -t csökkenteni és x_2 -t növelni akarjuk, így felfelé és balra mozdulunk.
- 4c. x_1 -t és x_2 -t is csökkenteni akarjuk, s így balra és lefelé mozdulunk el. smaller
5. Legyen x_1 = gyártott íróasztalaok, x_2 = gyártott székek száma. Az LP megfogalmazás a következő:

$$\max z = 40x_1 + 25x_2$$
feltéve, hogy
$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 &\geq 0 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leq 20 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$
Grafikusan megkapjuk az optimális megoldást:
 $x_1 = 2, x_2 = 4$ és $z = 180$.



6. Legyen W = a búzával beültetett terület és C = a kukoricával beültetett terület hektárban. Ekkor az adódó LP feladat:

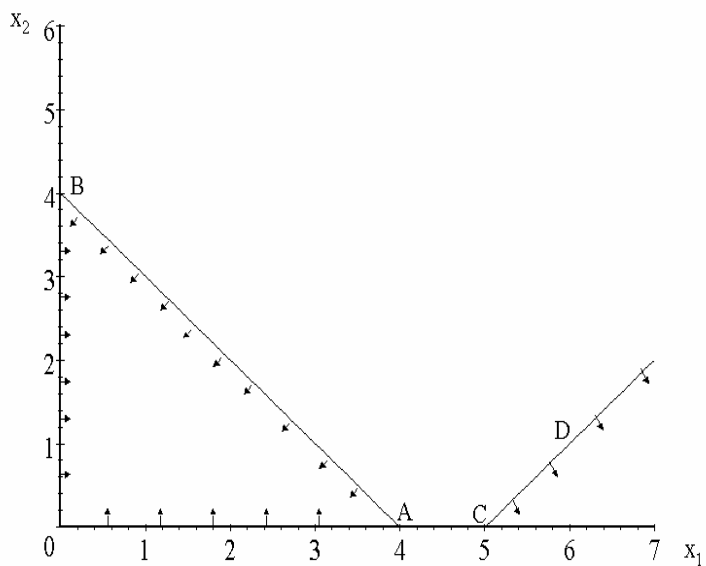
$$\max = 200W + 300C$$

$$\text{feltéve, hogy} \quad \begin{aligned} W + C &\leq 45 \text{ (terület)} \\ 3W + 2C &\leq 100 \text{ (munkások száma)} \\ 2W + 4C &\leq 120 \text{ (műtrágya)} \\ W, C &\geq 0 \end{aligned}$$

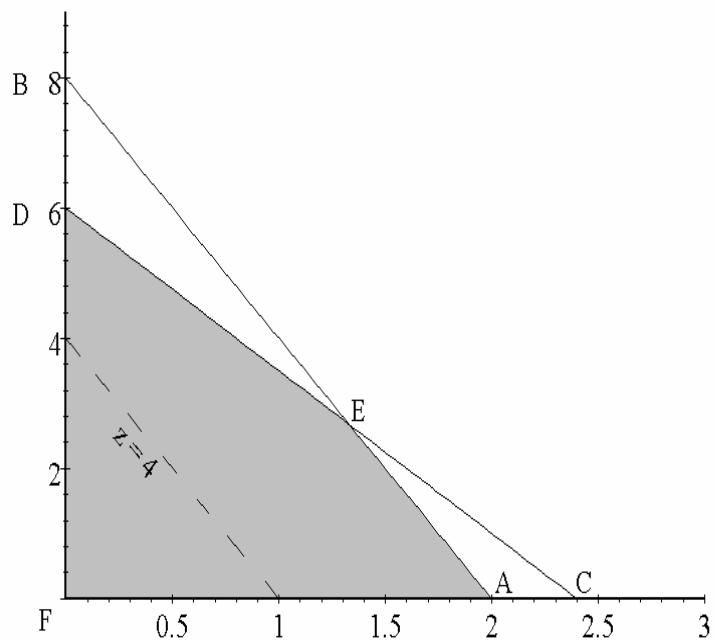
Grafikusan megoldva ezt a feladatot, azt kapjuk, hogy az optimális megoldás: $z = \$10,000$, $W = C = 20$ hektár.

3.3 Alfejezet

1. AB az $x_1 + x_2 = 4$, CD pedig az $x_1 - x_2 = 5$ egyenes. Az ábrából látjuk, hogy nincs lehetséges megoldás(3. eset).



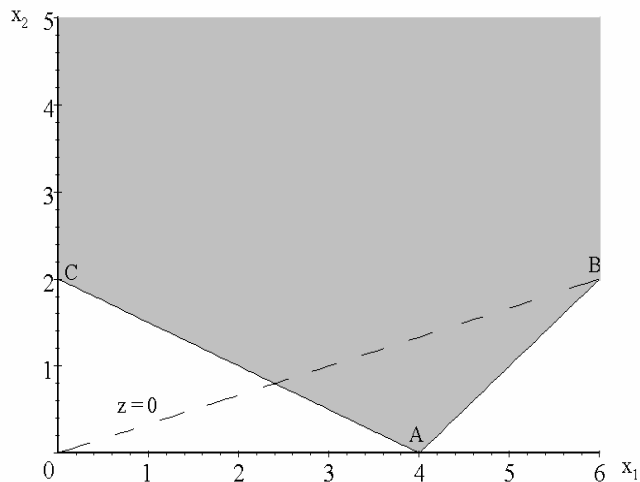
2. AB a $8x_1 + 2x_2 = 16$, CD az $5x_1 + 2x_2 = 12$ egyenes. A szaggatott vonal



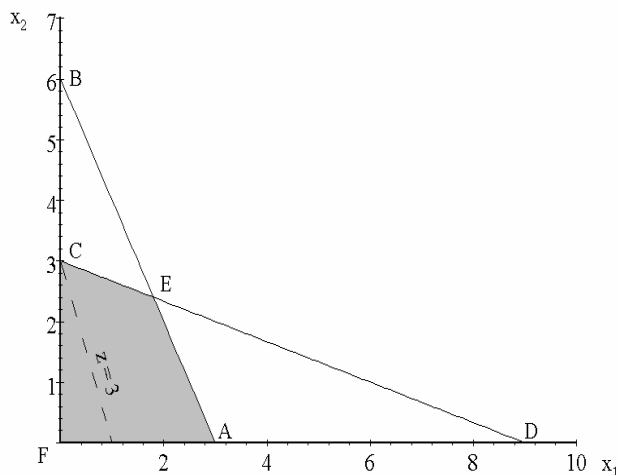
pedig $z = 4x_1 + x_2 = 4$. A lehetséges tartományt az AEDF adja. Mivel a célfüggvény szintvonalegyenesére párhuzamos AE-val, ezért az egész AE vonalszakasz optimális. Így vannak alternatív optimális megoldásaink is.

3. AB az $x_1 - x_2 = 4$, AC pedig az $x_1 + 2x_2 = 4$ egyenes. A

lehetséges megoldástartományt az AC szakasz és az AB félegyenes határolják. A szaggatott vonal a $z = 0$ szintvonal egyenes. A z növeléséhez a szintvonal egyenest balra felfelé önmagával párhuzamosan mozgatjuk el. Ez esetben sohasem hagyjuk el a lehetséges tartományt, így feladatunk egy nemkorlátos LP feladat (4. eset).



4. AB a $2x_1 + x_2 = 6$, CD pedig az $x_1 + 3x_2 = 9$ egyenes. A lehetséges tartományt $AECF$ adja. A szaggatott vonal $z = 3 = 3x_1 + x_2$. Jobbra felfelé mozgatva (önmagával párhuzamosan) a célfüggvény szintvonal egyenesét kapjuk, hogy az A pont optimális. A A pont, ahol a $2x_1 + x_2 \leq 6$ és $x_2 \geq 0$ korlátfeltételek aktívak. Így E -re $2x_1 + x_2 = 6$ és $x_2 = 0$. Az LP-re optimális megoldás lesz: $x_1 = 3$, $x_2 = 0$, $z = 9$.



5. Igaz. Ha a lehetséges tartomány korlátos, akkor a szintvonal egyenes önmagával párhuzamos mozgatásával végül is elhagyjuk a lehetséges tartományt. Így, ha a lehetséges tartomány korlátos, akkor az LP feladat nem lehet nemkorlátos..

6. Hamis. Ennek alátámasztásához gondoljunk a 3.2 részben szereplő, Dorian autókereskedővel kapcsolatos példára.

7. Ha egy LP lehetséges tartománya korlátos, akkor van legalább egy optimális extrémális pontja. Így, ha egy LP-nek van optimális pontja, akkor egy optimális megoldás megtalálásához elegendő az LP extrémális pontjaival foglalkoznunk.

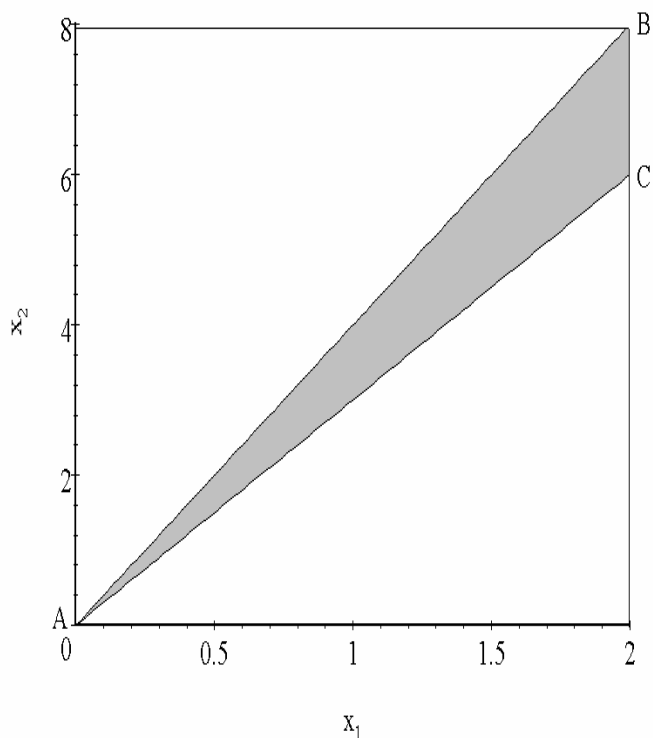
8. Az LP-nek nincs lehetséges megoldása, mert egyetlen pont sem elégíti ki a két utolsó feltételt.

9. Az optimális z -érték 45. A $(10, 3)$ és $(15, 0)$ csúcspontok optimálisak (ahogy az őket összekötő szakasz többi pontja is).

10. Legyen x_1 = vásárolt dollárösszeg (cserébe frankért) és x_2 = vásárolt frankösszeg (cserébe dollárért). Ekkor a következő feladatot kell megoldanunk:

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 - 0.25x_2 \\ \text{feltéve, hogy} \quad &x_1 - 0.25x_2 \geq 0 \text{ (dollár korlát)} \\ &-3x_1 + x_2 \geq 0 \text{ (frank korlát)} \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

A rajzon az LP megengedett tartománya az AB és AC szakaszok által megadott vonalak közé esik. A célfüggvény szintvonalai párhuzamosak AB-vel. Ezek lefelé és jobbra mozgatásával növelhetjük z -t. Mivel AB meredeksége nagyobb, mint AC-é, egy nemkorlátos LP feladattal van dolgunk. Ez a pénzváltási arány Franciaország-USA piacon levő inkonzisztenciájának tudható be. Természetesen a valutapiacokon egy ilyen inkonzisztencia gyorsan kiküszöbölődik, mielőtt még végtelenül sokat lehetne keresni rajta!



3.4 Alfejezet

1. Legyen $i = 1, 2, 3$ esetén $x_i =$ az i -edik üzem feldolgozott szennyező anyaga tonnában kifejezve.

Ekkor az adódó LP feladat a következő:

$$\min z = 15x_1 + 10x_2 + 20x_3$$

feltéve, hogy $0.10x_1 + 0.20x_2 + 0.40x_3 \geq 30$ (1.szenny.a.)

$$0.45x_1 + 0.25x_2 + 0.30x_3 \geq 40 \text{ (2.szenny.a.)}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Nem egyértelmű, hogy a feldolgozási költség arányos-e a feldolgozott hulladék mennyiségével. Például 10 tonna hulladék feldolgozása valószínűleg nem kerül 10-szer annyiba, mint 1 tonnát. Az oszthatóság és bizonyosság kritériumait külön kikötni ésszerűnek látszik ebben a példában.

2. Legyen $x_1 =$ billentyűk száma az 1-es forrásból

$x_2 =$ billentyűk száma az 2-es forrásból

$x_3 =$ billentyűk száma a 3-as forrásból

Ekkor egy korrekt megfogalmazás a következő:

$$\min z = 5x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

feltéve, hogy $0.4x_1 + 0.3x_2 + 0.2x_3 \geq 500$

(tehát kapjon elegendő nagyméretű billentyűt)

$.4x_1 + .35x_2 + .2x_3 \geq 300$ (tehát kapjon elegendő közepes méretű billentyűt)

$.2x_1 + .35x_2 + .60x_3 \geq 300$ (tehát kapjon elegendő kisméretű billentyűt)

$$x_1 \leq 500, x_2 \leq 500, x_3 \leq 500$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

3a. Legyen x_1 = az 1-es és x_2 = a 2-es élelmiszerből vásárolt mennyiség. Ekkor a következő feladatot kell megoldanunk:

$$\begin{aligned} \min z &= 7x_1 + x_2 \\ \text{st} \quad &3x_1 + x_2 \geq 12 \\ &x_1 + x_2 \geq 6 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Grafikusan megoldva azt kapjuk, hogy az optimális megoldás $z = 12$, $x_1 = 0$, $x_2 = 12$. Ez 12 egység C vitamint biztosít, ami a szükségesen felül 6 egység többletet biztosít.

3b. Most a következő LP-vel van dolgunk:

$$\begin{aligned} \min z &= 7x_1 + x_2 \\ &3x_1 + x_2 = 12 \\ &x_1 + x_2 = 6 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Ennek az LP feladatnak az optimális megoldása $z = 24$, $x_1 = x_2 = 3$. Most kevés C vitamint adunk, mégis több pénzt költünk. Ennek az az oka, hogy a feltételek a 3b-ben szorosabbak, vagy erősebbek, mint a 3a-belié. S ezért a 3b-beli lehetséges tartomány a 3a-belinek részhalmaza. Mivel itt kevesebb a választási lehetőség, azért itt, a 3b-ben a z -érték meg fogja haladni a 3a-belit. Mivel a 3b feladatban nem megengedett eltérés a C vitamin-nál, ezért tudható, hogy itt kevesebb C vitamin kerül a táplálékba.

4. Legyen X_1 = az 1. és X_2 = a 2. bányában eltöltött napok száma. Akkor a megfelelő LP feladat a következő lesz:

$$\begin{aligned} \min z &= X_1 + X_2 \\ \text{feltéve, hogy} \quad &2X_1 + X_2 \geq 12 \\ &2X_1 + 3X_2 \geq 18 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Grafikusan megoldva optimális megoldásnak a következőt kapjuk: $X_1 = 4.5$ nap $X_2 = 3$ nap, $z = 7.5$ nap.

3.5 Alfejezet

1. Legyen x_1 = a teljes időben foglalkoztatottak közül azok száma (FTE), akik vasárnap kezdik a munkát, x_2 = azok száma, akik hétfőn kezdenek... x_7 = azok száma, akik szombaton kezdenek. x_8 = azon részidős alkalmazottak száma (PTE), akik a munkát vasárnap kezdik, ... x_{14} = azon részidősök száma, akik szombaton kezdenek dolgozni.

Ekkor a feladat:

$$\begin{aligned} \min z &= 15(8)(5)(x_1 + x_2 + \dots + x_7) + 10(4)(5)(x_8 + \dots + x_{14}) \\ \text{felt. hogy} \quad &8(x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) + 4(x_8 + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}) \geq 88 \quad (\text{Vasárnap}) \\ &8(x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7) + 4(x_8 + x_9 + x_{12} + x_{13} + x_{14}) \geq 136 \quad (\text{Hétfő}) \\ &8(x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7) + 4(x_8 + x_9 + x_{10} + x_{13} + x_{14}) \geq 104 \quad (\text{Kedd}) \\ &8(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7) + 4(x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{14}) \geq 120 \quad (\text{Szerda}) \\ &8(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + 4(x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12}) \geq 152 \quad (\text{Csütörtök}) \\ &8(x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) + 4(x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13}) \geq 112 \quad (\text{Péntek}) \\ &8(x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) + 4(x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}) \geq 128 \quad (\text{Szombat}) \\ &20(x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}) \leq .25(136 + 104 + 120 + 152 + 112 + 128 + 88) \quad (\text{ez a feltétel fogja biztosítani, hogy a részidős munka az összes munkaidőszükségletnek legfeljebb 25%-ra fog kiterjedni.}) \end{aligned}$$

minden változó ≥ 0 .

2. Legyen x_1 = a munkát éjfélkor kezdő alkalmazottak száma
 x_2 = a hajnali 4-kor kezdők száma
 x_3 = a reggel 8-kor kezdők száma
 x_4 = a délben kezdők száma
 x_5 = a délután 4-kor kezdők száma
 x_6 = a délután 8-kor kezdők száma

A feladat megfogalmazása így a következő:

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

$$\text{felt. hogy } x_1 + x_6 \geq 8$$

$$x_1 + x_2 \geq 7$$

$$x_2 + x_3 \geq 6$$

$$x_3 + x_4 \geq 6$$

$$x_4 + x_5 \geq 5$$

$$x_5 + x_6 \geq 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

3. Legyen x_1 = azon alkalmazottak száma, akik a munkát vasárnap kezdik és 5 napot dolgoznak
 x_2 = azon alkalmazottak száma, akik a munkát htfőn kezdik és 5 napot dolgoznak...
 x_7 = azon alkalmazottak száma, akik a munkát szombaton kezdik és 5 napot dolgoznak. Továbbá legyen
 o_1 = azon alkalmazottak száma, akik a munkát vasárnap kezdik és 6 napot dolgoznak...
 o_7 = azon alkalmazottak száma, akik a munkát szombaton kezdik és 6 napot dolgoznak. Ekkor a

megfelelő LP feladat a következő:

$$\min z = 250(x_1+x_2+\dots+x_7) + 312(o_1+o_2+\dots+o_7)$$

$$\text{felt.h. } x_1+x_4+x_5+x_6+x_7+o_1+o_3+o_4+o_5+o_6+o_7 \geq 11 \text{ (Vasárnap)}$$

$$x_1+x_2+x_5+x_6+x_7+o_1+o_2+o_4+o_5+o_6+o_7 \geq 17 \text{ (Hétfő)}$$

$$x_1+x_2+x_3+x_6+x_7+o_1+o_2+o_3+o_5+o_6+o_7 \geq 13 \text{ (Kedd)}$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_7+o_1+o_2+o_3+o_4+o_6+o_7 \geq 15 \text{ (Szerda)}$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+o_1+o_2+o_3+o_4+o_5+o_7 \geq 19 \text{ (Csütörtök)}$$

$$x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+o_1+o_2+o_3+o_4+o_5+o_6 \geq 14 \text{ (Péntek)}$$

$$x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+o_2+o_3+o_4+o_5+o_6+o_7 \geq 16 \text{ (Szombat)}$$

és az összes változó nemnegatív

4. Vegyük hozzá az eddigiekhez az $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7 = 25$ a feltételt és változtassuk a célfüggvényt a következőre: $\max z = 2x_1+x_2+x_7$.

5. Legyen az 1.műszak: 12-reg.6, a 2. : reg.6-este 12, a 3. : este 12- du.6, a 4. : du.6-déli 12. Legyen x_{ij} = az i-edik és j-edik műszakban dolgozó munkások száma

$$\min z = 144(x_{12} + x_{14} + x_{23} + x_{34}) + 216(x_{13} + x_{24})$$

$$\text{felt.h. } x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 15$$

$$x_{12} + x_{23} + x_{24} \geq 5$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{34} \geq 12$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} \geq 6$$

és minden változó ≥ 0

6. Legyen X_i = a 12 órát dolgozó és az i-edik műszakban kezdő rendőrök száma és Y_i = a 18 órát dolgozó és az i-edik műszakban kezdő rendőrök száma. Az egyes műszakok

esetében a kezdő időpontok:

1. műszak : déli 12 óra , 2. műszak : reggel 6 óra,
3. műszak : este 12 óra, 4. műszak : du. 6 óra

A megfelelő LP feladat a következő lesz:

$$\min z = 48(X_1 + X_2 + X_3 + X_4) + 84(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)$$

$$\text{felt.h. } X_1 + X_4 + Y_1 + Y_3 + Y_4 \geq 12$$

$$X_1 + X_2 + Y_1 + Y_2 + Y_4 \geq 8$$

$$X_2 + X_3 + Y_3 + Y_1 + Y_2 \geq 6$$

$$X_3 + X_4 + Y_2 + Y_4 + Y_3 \geq 15$$

$$\text{és minden változó} \geq 0$$

3.6 Alfejezet

1. $r = .02$ esetén az 1. beruházás NPV-je (Nettó jelenértéke) =
 $-10,000 + 24,000/1.02 - 14,000/(1.02)^2 = \$73.05.$

$$r = .02 \text{ esetén a 2. beruházás NPV-je:}$$

$$-6,000 + 8,000/1.02 - 1,000/(1.02)^2 = \$881.97$$

Így $r = .02$ esetén a 2. beruházás NPV-je nagyobb, mint az 1. beruházásé.

$$2. \text{ Az 1. beruházás NPV-je} = -6 - 5/1.1 + 7/(1.1)^2 + 9/(1.1)^3 = \$2.00$$

$$\text{A 2. beruházás NPV-je} = -8 - 3/(1.1) + 9/(1.1)^2 + 7/(1.1)^3 = \$1.97$$

Legyen $x_1 =$ az 1. beruházás megvalósuló hányada

$x_2 =$ a 2. beruházás megvalósuló hányada

Az NPV-t ezer dollárban mérve a következő LP feladatot kell megoldanunk:

$$\max z = 2x_1 + 1.97x_2$$

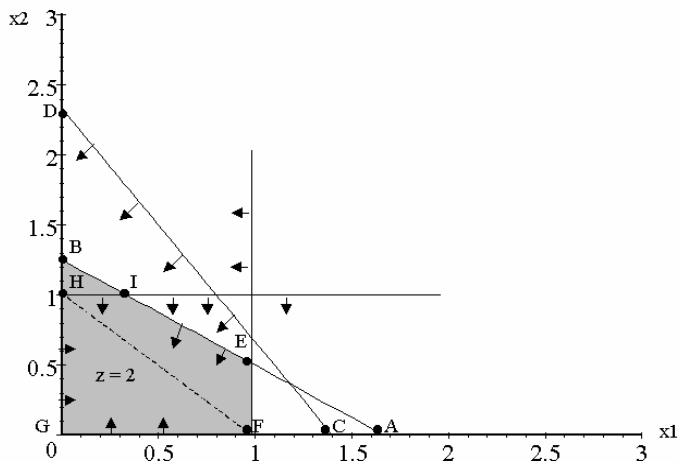
$$\text{feltéve, h. } 6x_1 + 8x_2 \leq 10$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 7$$

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 1$$

A következő ábra alapján azt kapjuk, hogy ennek az LP feladatnak az optimális megoldása $x_1 = 1$, $x_2 = .5$, $z = \$2,985.$



$$3. NPV = -100 + 120 / (1+0.2) = 0!$$

4. Legyen D = az adósság és I = a befektetés (mindkettőt millió dollárban mérjük). A probléma LP feladatként való megfogalmazása a következő:

$$\max z = 0.5D - 0.1I$$

feltéve, hogy $I \leq 1$, $D \leq 0.4I$, és $I \leq 0.8 + D$

$$I, D \geq 0$$

Grafikusan megoldva ezt az LP feladatot az optimális megoldásra $D = 0.4$, $I = 1$ és $z = 0.1$ adódik. Figyeljük meg, hogy egy negatív NPV-jű fejlesztési projektbe fektetünk be pénzt, mivel ez teszi lehetővé, hogy kölcsönt vegyünk fel!!

3.7 Alfejezet

1. Grafikus megoldás segítségével azt találjuk, hogy az optimális megoldás $z = 2500$, $x_1 = 50$, $x_2 = 100$.

2. Ez a változás a jan.1-i készlet értékét 5.000\$-ral növeli. Így a jan.1-i eszközállomány $= 25,000 + 20x_1 + 15x_2$. Mivel a jan.1-én fennálló adósságok is növekednek 5,000\$-ral, most a 4. feltétel a következőre módosul:

$$\frac{25,000 + 20x_1 + 15x_2}{16,000} \geq 2$$

vagy: $20x_1 + 15x_2 \geq 7,000$. De tudjuk, hogy $50x_1 + 35x_2 \leq 6,000$, s így a feladatnak most nincs lehetséges megoldása.

3.8 Alfejezet

1. Legyen (minden változót dkg-ban mérünk) az 1. összetevő cukor, a 2. a magok, a 3. pedig a csokoládé. Az 1. termék legyen a nehézédes, míg a 2. a könnyűédes. x_{ij} legyen az i . összetevőből a j . termék egy dkg-jához felhasznált mennyiség (dkg-ban).

A megfogalmazott LP feladat a következő lesz:

$$\max z = 25(x_{12} + x_{22} + x_{32}) + 20(x_{11} + x_{21} + x_{31})$$

feltéve, hogy $x_{11} + x_{12} \leq 100$ (cukor feltétel)

$$x_{21} + x_{22} \leq 20 \text{ (magvak feltétel)}$$

$$x_{31} + x_{32} \leq 30 \text{ (csokoládé feltétel)}$$

$$(1) \quad x_{22} / (x_{12} + x_{22} + x_{32}) \geq 0.20$$

$$(2) \quad x_{21} / (x_{11} + x_{21} + x_{31}) \geq 0.10$$

$$(3) \quad x_{31} / (x_{11} + x_{21} + x_{31}) \geq 0.10$$

(1) - (3) feltételek nem lineárisak, s ezért a következő 3 feltétellel helyettesítendők:

$$(1) \text{ helyett: } x_{22} \geq 0.2(x_{12} + x_{22} + x_{32}) \text{ vagy } 0.8x_{22} - 0.2x_{12} - 0.2x_{32} \geq 0$$

$$(2) \text{ helyett: } x_{21} \geq 0.1(x_{11} + x_{21} + x_{31}) \text{ vagy } 0.9x_{21} - 0.1x_{11} - 0.1x_{31} \geq 0$$

$$(3) \text{ helyett: } x_{31} \geq 0.1(x_{11} + x_{21} + x_{31}) \text{ vagy } 0.9x_{31} - 0.1x_{11} - 0.1x_{21} \geq 0$$

2. Legyen x_{9J} = a 9 pontos narancsból a narancsléhez elhasznált mennyiség,

$$x_{9B} = \text{a 9 pontos narancsból a csomagolt narancshoz}$$

felhasznált mennyiség

x_{6J} = a 6 pontos narancsból a narancsléhez felhasznált mennyiség

x_{6B} = a 6 pontos narancsból csomagolt narancsként

felhasznált mennyiség. Ekkor a feladat:

$$\max z = 0.45(x_{9J} + x_{6J}) + 0.30(x_{9B} + x_{6B})$$

feltéve, hogy $x_{9J} + x_{9B} \leq 100,000$ (a 9 pontos narancsra von. mennyiségi korlát)

$$x_{6J} + x_{6B} \leq 120,000 \text{ (a 6 pontos nar. korlátja)}$$

(1) $(9x_{9J} + 6x_{6J}) / (x_{9J} + x_{6J}) \geq 8$ (a narancslé átlagosan legalább 8 pontos narancsot tartalmaz)

(2) $(9x_{9B} + 6x_{6B}) / (x_{9B} + x_{6B}) \geq 7$ (az átlagminőség a csomagoltnál legalább 7)

s minden változó ≥ 0

(1) a következővel helyettesítendő: $9x_{9J} + 6x_{6J} \geq 8x_{9J} + 8x_{6J}$
vagy: $x_{9J} - 2x_{6J} \geq 0$.

(2) pedig a következővel: $9x_{9B} + 6x_{6B} \geq 7x_{9B} + 7x_{6B}$

vagy: $2x_{9B} - x_{6B} \geq 0$.

Az optimális megoldás: 46,67 font 9 pontos narancs felhasználása csomagolt formában, 93,33 font 6 pontosé ugyancsak csomagolt formában, míg 26,67 font 6 pontos és 53,33 font 9 pontos narancs felhasználása a készített narancsléhez.

3. Legyen x_1 = a kötvényekbe fektetett pénz dollárban.

x_2 = a lakáskölcsönökbe fektetett pénz.

x_3 = az autókölcsönökbe fektetett pénz.

x_4 = a személyi kölcsönökbe fektetett pénz.

Ekkor a feladat:

$$\max z = 0.10x_1 + 0.16x_2 + 0.13x_3 + 0.20x_4$$

feltéve, hogy: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500,000$ (Limited Funds)

$$-x_1 + x_4 \leq 0 \quad (1)$$

$$x_2 - x_3 \leq 0 \quad (2)$$

$$-0.25x_1 - 0.25x_2 - 0.25x_3 + 0.75x_4 \leq 0 \quad (3)$$

minden változó ≥ 0

Az optimális megoldás: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = \$125,000$, $z = \$73,750$.

4. S = részvényekbe fektetett összeg (100\$ egységben)

L = kölcsönökbe fektetett összeg (100\$ egységben)

$$\max z = 10S + 15L$$

felt. hogy $S + L \leq 10$

$$S \geq 0.3(S + L) \text{ vagy } 0.7S - 0.3L \geq 0$$

$$L \geq 4, L, S \geq 0$$

Grafikusan megoldva az optimális megoldásra

$L = 7$ (száz), $S = 3$ (száz) és $z = 135$ adódik.

5. x_{ij} : ennyi hordónyi i típusú olajból készül j típusú termék

($j = 1$ a gázolaj, $j = 2$ a fűtőolaj esete)

a_i = az i -edik termék reklámozására költött összeg (dollárban).

Ekkor a feladat:

$$\max z = 25(x_{11} + x_{21}) + 20(x_{12} + x_{22}) - a_1 - a_2$$

felt. hogy $x_{11} + x_{21} = 5a_1$,

$$x_{12} + x_{22} = 10a_2,$$

$$\begin{aligned}
 2x_{11} - 3x_{21} &\geq 0 \\
 x_{11} + x_{12} &\leq 5000 \\
 x_{21} + x_{22} &\leq 10,000 \\
 4x_{12} - x_{22} &\geq 0 \\
 \text{minden változó} &\geq 0
 \end{aligned}$$

6. Legyen x_{iN} = a nitrogén mennyisége (fontban) az i -edik típ. műtrágyában
 x_{iS} = a szilícium mennyisége (fontban) az i -edik típ. műtrágyában.

A feladat:

$$\max z = 70(x_{1N} + x_{1S}) + 40(x_{2N} + x_{2S}) - 15(x_{1N} + x_{2N}) - 10(x_{1S} + x_{2S})$$

$$\begin{aligned}
 \text{feltéve, hogy } x_{1N} &\geq 0.4(x_{1N} + x_{1S}) \\
 x_{2S} &\geq 0.7(x_{2S} + x_{2N}) \\
 x_{1N} + x_{2N} &\leq 80 \\
 x_{1S} + x_{2S} &\leq 100 \\
 \text{minden változó} &\geq 0
 \end{aligned}$$

7. Legyen x_{ij} = az i -edik vegyszer azon mennyisége (dkg-ban), amit a j -edik gyógyszer készítésére használnak fel. Ekkor a feladat:

$$\max z = 6(x_{11} + x_{21}) + 5(x_{12} + x_{22}) - 6(x_{11} + x_{12}) - 4(x_{21} + x_{22})$$

$$\begin{aligned}
 \text{felt.hogy } x_{11} + x_{21} &\leq 40 \quad (1. \text{ gyógyszer}) \\
 x_{12} + x_{22} &\leq 30 \quad (2. \text{ gyógyszer}) \\
 x_{11} + x_{12} &\leq 45 \quad (1. \text{ vegyszer}) \\
 x_{21} + x_{22} &\leq 40 \quad (2. \text{ vegyszer})
 \end{aligned}$$

$$x_{11}/(x_{11} + x_{21}) \geq 0.7 \text{ vagy: } 0.3x_{11} \geq 0.7x_{21}$$

$$x_{22}/(x_{12} + x_{22}) \geq 0.6 \text{ vagy: } 0.4x_{22} \geq 0.6x_{12}$$

$$\text{minden változó} \geq 0$$

8. Let TV = vásárolt TV-k száma és R = a vásárolt rádiók száma. A megfelelő LP feladat a következő:

$$\max z = 60TV + 20R$$

$$\text{felt.hogy } 10TV + 4R \leq 200 \quad (\text{tárolási terület korlátja})$$

$$R/(TV + R) \geq 0.6 \text{ vagy: } 0.4R \geq 0.6TV \quad (\text{ui. legalább 60\% a rádió})$$

$$200TV + 50R \leq 3000 \quad (\text{befektetett tőke korlátja})$$

$$TV \geq 0, R \geq 0$$

9. Legyen x_i = az i -edik kötvénybe fektetett összeg (feltételezzük, hogy a teljes 1.000,000\$ befektetésre kerül, mivel mindegyik beruházás gazdaságos).

A feladat:

$$\max z = 0.13x_1/1,000,000 + 0.08x_2/1,000,000 + 0.12x_3/1,000,000 + 0.14x_4/1,000,000$$

$$\text{felt.hogy } 0.06x_1 + 0.08x_2 + 0.10x_3 + 0.09x_4 \geq$$

$$0.08(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_1 \leq 0.4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_2 \leq 0.4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_3 \leq 0.4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_4 \leq 0.4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1,000,000$$

$$3x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 9x_4 \leq 6(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

10. Legyen M_i = Az i -edik bányából szállított szén mennyisége tonnában és X_{ij} = az i -edik bányából a j -edik fogyasztóhoz szállított szén (tonnában). A megfelelő LP feladat a következő:

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & 50 M_1 + 55 M_2 + 62 M_3 + 4 X_{11} + 6 X_{12} + 8 X_{13} + 12 X_{14} + 9 X_{21} \\ & + 6 X_{22} + 7 X_{23} + 11 X_{24} + 8 X_{31} + 12 X_{32} + 3 X_{33} + 5 X_{34} \end{aligned}$$

feltéve, hogy

- 2) $M_1 \leq 120$
- 3) $M_2 \leq 100$
- 4) $M_3 \leq 140$
- 5) $X_{11} + X_{21} + X_{31} = 80$
- 6) $X_{12} + X_{22} + X_{32} = 70$
- 7) $X_{13} + X_{23} + X_{33} = 60$
- 8) $X_{14} + X_{24} + X_{34} = 90$
- 9) $0.08 M_1 + 0.06 M_2 + 0.04 M_3 \leq 15$
- 10) $0.05 M_1 + 0.04 M_2 + 0.03 M_3 \leq 12$
- 11) $M_1 - X_{11} - X_{12} - X_{13} - X_{14} = 0$
- 12) $M_2 - X_{21} - X_{22} - X_{23} - X_{24} = 0$
- 13) $M_3 - X_{31} - X_{32} - X_{33} - X_{34} = 0$

Számítógépen megoldva azt kapjuk, hogy ennek az LP feladatnak nincs lehetséges megoldása, mivel a salakot 5%-ban maximalizáló korlát nem elégíthető ki.

Megjegyzés:

11. Legyen X_i = az i -edik gyógyszer azon mennyisége (fontban), amely 1000 font gyógyszer előállításához szükséges. Ekkor a feladat korrekt LP megfogalmazása a következő lesz:

- 1) $\text{MIN} \quad 8 X_1 + 10 X_2 + 11 X_3 + 14 X_4$
- FELT. HOGY
- 2) $0.03 X_1 + 0.06 X_2 + 0.1 X_3 + 0.12 X_4 \geq 80$
- 3) $0.02 X_1 + 0.04 X_2 + 0.03 X_3 + 0.09 X_4 \geq 40$
- 4) $0.01 X_1 + 0.01 X_2 + 0.04 X_3 + 0.04 X_4 \geq 20$
- 5) $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1000$
- 6) $X_2 \geq 100$

12. Legyen S = a pénz részvényekbe fektetett hányada.

T = a pénz kincstárjegyekbe fektetett hányada

G = a pénz aranyba fektetett hányada

Egy táblázat a következő adatokat tartalmazza:

Befektetés	várható hozam	kockázati index
részvények	10.9	16.9
arany	16.9	26.52
kincstárjegyek	7.43	7.43

A helyes feladatmegfogalmazás a következő:

$$\text{MAX} \quad 10.9 S + 16.9 G + 7.43 T$$

FELT. HOGY

- 2) $16.9 S + 26.52 G + 7.43 T = 15$
- 3) $S + G + T = 1$
- 4) $S \geq 0.2$
- 5) $S \leq 0.5$

- 6) $T \geq 0.2$
 7) $T \leq 0.5$
 8) $G \geq 0.2$
 9) $G \leq 0.5$

13. Az adott nyersolajmennyiség és az adott gázolaj-szükségletek esetén nem lehetséges 14,000 hordó gázolaj előállítás. A gázolajok és a rendelkezésre álló nyersolajok adott kén-tartalma mellett a legkevesebb kéntartalmú 14.000 hordó gázolaj a köv. módon fog ként tartalmazni: 3000 hordó 1-es típusú, 10,000 hordó 2-es típusú és 1000 hordó 3-as típusú üzemanyagként. Ez $3000(.01) + 10,000(.02) + 1000(.01) = 240$ hordó ként jelent. A kegyesebb kéntartalmú általunk beszerezhető 14,000 hordó nyersolaj 5000-5000 hordó 1-es és 2-es típusú és 4000 hordó 3-as típusú nyersolajból áll. Ez $5000(.005) + 5000(.02) + 4000(.03) = 245$ hordó ként tartalmaz. Így nincs lehetőség 14,000 hordó gázolaj gyártására. Ez magyarázza me azt, hogy miért nincs az egész 14.000 hordó finomítókapaacitás kihasználva.

14. Legyen $REG = a$ normálbenzinből gyártott mennyiség (literben)

$PREM =$ szuperbenzin gyártott mennyisége (literben)

$RREF = a$ reformátum felhasznált mennyisége a normálbenzinben (literben)

$PREF = a$ reformátum felhasznált emnyisége a szuperbenzinben (literben)

A következő LP-megfogalmazást kapjuk:

MAX $29.3625 REG + 31.3025 PR$

FELTÉVE, HOGY

2) $PREF + RREF \leq 15572$

3) $RFCG + PFCG \leq 15434$

4) $RISO + PISO \leq 6709$

5) $RPOL + PPOL \leq 1190$

6) $RMTB + PMTB \leq 748$

7) $REG - RREF - RFCG - RISO - RPOL - RMTB - RBUT = 0$

8) $PR - PREF - PFCG - PISO - PPOL - PMTB - PBUT = 0$

9) $REG \geq 9800$

10) $PR \geq 30000$

11) $- 90 REG + 98.9 RREF + 93.2 RFCG + 86.1 RISO + 97 RPOL + 117 RMTB + 98 RBUT \geq 0$

12) $- 21.18 REG + 7.66 RREF + 9.78 RFCG + 29.52 RISO + 14.51 RPOL + 13.45 RMTB + 166.99 RBUT \leq 0$

13) $- 10 REG - 5 RREF + 57 RFCG + 107 RISO + 7 RPOL + 98 RMTB + 130 RBUT \geq 0$

14) $- 50 REG + 46 RREF + 103 RFCG + 100 RISO + 73 RPOL + 100 RMTB + 100 RBUT \geq 0$

15) $- 96 PR + 98.9 PREF + 93.2 PFCG + 86.1 PISO + 97 RPOL + 117 PMTB + 98 PBUT \geq 0$

16) $- 21.18 PR + 7.66 PREF + 9.78 PFCG + 29.52 PISO + 14.51 RPOL + 13.45 RMTB + 166.99 RBUT \leq 0$

$$\begin{aligned}
& + 13.45 \text{ PMTB} + 166.99 \text{ PBUT} \leq 0 \\
& 17) - 10 \text{ PR} - 5 \text{ PREF} + 57 \text{ PFCG} + 107 \text{ PISO} + 7 \text{ PPOL} + 98 \\
& \text{PMTB} + 130 \text{ PBUT} \\
& \geq 0 \\
& 18) - 50 \text{ PR} + 46 \text{ PREF} + 103 \text{ PFCG} + 100 \text{ PISO} + 73 \text{ PPOL} + \\
& 100 \text{ PMTB} \\
& + 100 \text{ PBUT} \geq 0 \\
& 19) - 0.38 \text{ REG} + \text{RFCG} \leq 0 \\
& 20) - 0.38 \text{ PR} + \text{PFCG} \leq 0
\end{aligned}$$

3.9 Alfejezet

1. Legyen x_1 = Az 1-es folyamat heti működtetési ideje.
 x_2 = A 2-es folyamat heti működtetési ideje.
 x_3 = A 3-as folyamat heti működtetési ideje.
 g_2 = a 2-es típ.benzin heti eladott mennyisége (hordóban)

o_1 = hetente beszerz.1.típ.olaj mennyisége (hordó)
 o_2 = hetente beszerz.2.típ.olaj mennyisége (hordó)

A feladat:

$$\max z = 9(2x_1) + 10g_2 + 24(2x_3) - 5x_1 - 4x_2 - x_3 - 2o_1 - 3o_2$$

$$\text{f.h. } o_1 = 2x_1 + x_2$$

$$o_2 = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3$$

$$o_1 \leq 200$$

$$o_2 \leq 300$$

$$g_2 + 3x_3 = x_1 + 3x_2 \text{ (Gas 2 Prod.)}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100 \text{ (100 óra üzemideje van hetente a krakkolónak)}$$

minden változó ≥ 0 .

2. Legyen UT = készített kikészítetlen asztalok száma
 FT = elkészített kész asztalok száma
 UC = készített kikészítetlen székek száma
 FC = elkészített kész székek száma.
 W = beszerzett fa mennyisége

A feladat:

$$\max z = 70UT + 140FT + 60UC + 110FC - W$$

$$\text{felt.h. } 40(FT + UT) + 30(UC + FC) \leq W \text{ (Felhasznált fa)} \leq \text{beszerzett famennyiség}$$

$$W \leq 40,000 \text{ (Felső korlát a beszerezhető fára)}$$

$$2UT + 2UC + 5FT + 4FC \leq 6,000 \text{ (Felhasznált munka)} \leq$$

Rendelkezésre álló munka

minden változó ≥ 0 .

3. Legyen x_6 = nyersanyagmennyiség fontban, amit a Brute gyártásához használnak
 x_7 = nyersanyagmennyiség fontban, amit a Chanelle gyártásához használnak

Ekkor a megfelelő megfogalmazás a következő:

$$\max z = 7x_1 + 14x_2 + 6x_3 + 10x_4 - 3x_5$$

$$\text{felt.h. } x_5 \leq 4000$$

$$3x_2 + 2x_4 + x_5 \leq 6000$$

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 3x_6 \\x_3 + x_4 &= 4x_7 \\x_5 &= x_6 + x_7 \\ \text{minden változó} &\geq 0\end{aligned}$$

4. Legyen I_{ij} = az i -edik termékből a j -edik termék gyártásához felhasznált mennyiség (dkg)

I_{iS} = az i -edik termékből eladott mennyiség

RM = a beszerzett nyersanyag mennyisége (font)

Az optimalizálási feladat helyes megfogalmazása a következő:

$$\begin{aligned}\text{MAX} \quad & 10 I_{1S} + 20 I_{2S} + 30 I_{3S} - 26 RM - 2 I_{13} - 6 I_{23} \\ & - I_{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{FELT., HOGY} \quad & 2) \quad I_{1S} \leq 5000 \\ & 3) \quad I_{2S} \leq 5000 \\ & 4) \quad I_{3S} \leq 3000 \\ & 5) \quad 2 RM + 3 I_{13} + I_{23} + 2 I_{12} \leq 25000 \\ & 6) \quad - I_{1S} + 3 RM - I_{13} - I_{12} = 0 \\ & 7) \quad - I_{2S} + RM - I_{23} = 0 \\ & 8) \quad I_{3S} - I_{13} - I_{23} = 0\end{aligned}$$

5. Legyen A = az A-ből termelt teljes mennyiség
 B = a B-ből termelt teljes mennyiség
 CS = a C-ből termelt (és eladott) teljes mennyiség
 AS = Eladott db-szám A-ből
 BS = Eladott db-szám B-ből
 $\max z = 10AS + 56BS + 100CS$
felt.h. $A + 2B + 3C \leq 40$
 $A = AS + 2B$
 $B = BS + CS$
minden változó nemnegatív

6. Legyen P_1 = az 1. folyamat alkalmazásának időtartama (óra) és P_2 = a 2. folyamat alkalmazási ideje. Definiáljuk még:
 X_{ij} = az i -edik vegyszer j -edik gyógyszerben felhasznált mennyisége (dkg). Ekkor a következő egy alkalmas megfogalmazás lesz:

$$\max z = 6(X_{11} + X_{21}) + 4(X_{12} + X_{22})$$

$$\text{felt.h.} \quad 3P_1 + 2P_2 \leq 100 \quad (\text{nyersanyag})$$

$$2P_1 + 3P_2 \leq 120 \quad (\text{Labor})$$

$$X_{11} + X_{12} \leq 3P_1 + 3P_2$$

$$X_{21} + X_{22} \leq 3P_1 + P_2$$

$$0.35X_{11} - 0.65X_{21} \geq 0$$

$$0.45X_{12} - 0.55X_{22} \geq 0$$

Az összes változó nemnegatív.

7. Legyen P_1 = a krémsajt termelt mennyisége (fontban)
 P_2 = a falusi-sajt termelt mennyisége (fontban)
 HF = a magas zsírtartalmú tej beszerzett mennyisége (font)

LF = alacsony zsírtartalmú tej beszerzett mennyisége (font)

HFE = magas zsírtartalmú tej párologtatón keresztül feldolgozott része (font)

LFE= alacsony zsírtartalmu tej párologtatón
keresztül feldolgozott része (font)

HF1= magas zsírtartalmu tej krémsajt készítésére
felhasznált része (font)

LF1= alacsony zsírtartalmu tej krémsajt készítésére
felhasznált része (font)

C1 = krém felhasználás krémsajt készítéséhez

HF2= magas zsírtartalmu tej falusi-sajt készítésére
felhasznált része (font)

LF2= alacsony zsírtartalmu tej falusi-sajt készítésére
felhasznált része (font)

C2 = krém felhasználás falusi-sajt készítéséhez

Ekkor a feladat:

$$\max z = 1.1P1 + 0.8P2 - 0.4HFE - 0.4LFE - 0.4LF - 0.8HF$$

$$\text{felt.h. } P1 \geq 1000, P2 \geq 1000, P1 \leq 1500, P2 \leq 2000$$

$$P1 = HF1 + LF1 + C1$$

$$P2 = 0.9(HF2 + LF2 + C2)$$

$$HFE + LFE \leq 2000$$

$$HF1 + LF1 + C1 + HF2 + LF2 + C2 \leq 3000$$

$$HF = HFE + HF1 + HF2$$

$$LF = LFE + LF1 + LF2$$

$$C1 + C2 = 0.3LFE + 0.6HFE$$

$$0.1HF1 - 0.2LF1 \geq 0$$

$$0.25HF2 - 0.05LF2 \geq 0$$

$$C1 - 0.4P1 \geq 0$$

$$C2 \geq 0.2(HF2 + LF2 + C2)$$

Az összes változó ≥ 0

8. Legyen p_{is} = az i -edik termék eladott mennyisége
 p_{1p} = az 1. termék továbbfeldolgozott mennyisége
 p_{2p} = a 2. termék továbbfeldolgozott mennyisége
 p_{5L} = az 5. termék megmaradt mennyisége
 p_{6L} = a 6. termék megmaradt mennyisége
 RM = a beszerzett nyersanyag mennyisége
 p_1 = az 1. termék teljes termelt mennyisége
 p_2 = a 2. termék teljes termelt mennyisége
 p_5 = az 5. termék teljes termelt mennyisége
 p_6 = a 6. termék teljes termelt mennyisége

Ekkor a feladat:

$$\max z = 7p_{1s} + 6p_{2s} + 4p_{3s} + 3p_{4s} + 20p_{5s} + 35p_{6s} - 4p_{5L} - 3p_{6L} - 6RM - 4p_1 - 4p_2 - 2p_{3s} - p_{4s} - 5p_5 - 5p_6$$

$$\text{felt.h. } p_1 = 4RM$$

$$p_2 = 2RM$$

$$p_{3s} = RM$$

$$p_{1s} \leq 1200$$

$$p_{2s} \leq 300$$

$$p_1 = p_{1s} + p_{1p}$$

$$p_2 = p_{2s} + p_{2p}$$

$$p_{4s} = p_{1p}$$

$$p_5 = .8p_{2p}$$

$$p_6 = .3p_{2p}$$

$$p_5 = p_{5s} + p_{5L}$$

$$p_6 = p_{6s} + p_{6L}$$

$$p_{5s} \leq 1000$$

$$p_{6s} \leq 800$$

$$RM \leq 3000$$

9. Legyen RM_i = az i -edik input-termék termeléséhez felhasznált nyersanyagmennyiség fontban $i = 1, 2$

P_i = az i -edik folyamat működtetéseinek

száma

L_i = a i -edik input-termékből megmaradt

mennyiség (dkg)

iS = az i -edik termékből eladott mennyiség

(dkg), $i = A, B$

C = C eladott mennyisége (dkg)

D = D eladott mennyisége (dkg)

WD = a folyóba bocsátott hulladék

mennyisége (dkg)

RM = beszerzett nyersanyag mennyisége (font)

LA = az A termékből megmaradt mennyiség (dkg)

LB = az B termékből megmaradt mennyiség (dkg)

A megfelelő megfogalmazás a következő:

$$\text{MAX} \quad - 2 \text{ RM1} - 4 \text{ RM2} - \text{ P1} - 8 \text{ P2} + 7 \text{ C} + 2 \text{ D} - 6 \text{ RM} + 18 \text{ AS} + 24 \text{ BS}$$

FELTÉVE, HOGY

$$\begin{aligned} 2) \quad & \text{RM1} + \text{RM2} - \text{RM} = 0 \\ 3) \quad & 2 \text{ RM1} - 2 \text{ P1} - \text{P2} - 2 \text{ C} - \text{L1} = 0 \\ 4) \quad & 3 \text{ RM2} - \text{P1} - 2 \text{ P2} - 2 \text{ D} - \text{L2} = 0 \\ 5) \quad & \text{AS} \leq 5000 \\ 6) \quad & \text{BS} \leq 5000 \\ 7) \quad & - \text{P1} - 0.8 \text{ P2} + 0.8 \text{ C} + 1.2 \text{ D} + \text{WD} = 0 \\ 8) \quad & \text{WD} \leq 1000 \\ 9) \quad & 2 \text{ RM1} + 2 \text{ RM2} + 2 \text{ P1} + 3 \text{ P2} + \text{C} + \text{D} \leq 6000 \\ 10) \quad & - \text{P1} + \text{AS} + \text{LA} = 0 \\ 11) \quad & - \text{P2} + \text{BS} + \text{LB} = 0 \end{aligned}$$

10. Legyen K = a 8 órás műszakban működtetett

égetőkemencék száma (nem-egész érték is megengedett)

S_i = az i -edik minőségből eladott mennyiség (font)

L_i = az i -edik minőségből az eladások után megmaradt mennyiség

NP_i = az i -edik minőség nem felsolgozott része (font)

P_i = az égetőkemence által termelt i -edik minőség feldolgozott része. A feladat helyes megfogalmazása a következő:

$$\begin{aligned} \text{MAX} \quad & 12 \text{ S1} + 14 \text{ S2} + 10 \text{ S3} + 18 \text{ S4} + 20 \text{ S5} + 25 \text{ S6} - \\ & 150 \text{ K} - 2 \text{ P1} \\ & - \text{P2} - \text{P3} - \text{P4} - 2 \text{ P5} - 3 \text{ L1} - 2 \text{ L2} - 3 \text{ L3} - 2 \\ & \text{L4} - 4 \text{ L5} - 2 \text{ L6} \end{aligned}$$

FELTÉVE, HOGY

$$\begin{aligned} 2) \quad & 2 \text{ K} - \text{P1} - \text{NP1} = 0 \\ 3) \quad & 3 \text{ K} - \text{P2} - \text{NP2} = 0 \\ 4) \quad & \text{K} - \text{P3} - \text{NP3} = 0 \\ 5) \quad & 1.5 \text{ K} - \text{P4} - \text{NP4} = 0 \\ 6) \quad & 2 \text{ K} - \text{P5} - \text{NP5} = 0 \\ 7) \quad & 3 \text{ K} - \text{NP6} = 0 \\ 8) \quad & \text{S1} + \text{L1} - \text{NP1} = 0 \\ 9) \quad & \text{S2} + \text{L2} - \text{NP2} = 0 \\ 10) \quad & \text{S3} - 0.3 \text{ P1} + \text{L3} - \text{NP3} = 0 \\ 11) \quad & \text{S4} - 0.2 \text{ P1} - 0.8 \text{ P3} + \text{L4} - \text{NP4} = 0 \\ 12) \quad & \text{S5} - 0.3 \text{ P1} - 0.5 \text{ P4} + \text{L5} - \text{NP5} = 0 \\ 13) \quad & \text{S6} - 0.2 \text{ P1} - \text{P2} - 0.5 \text{ P4} - 0.9 \text{ P5} + \text{L6} - \text{NP6} = \end{aligned}$$

0

- 14) $S_1 \leq 20$
- 15) $S_2 \leq 30$
- 16) $S_3 \leq 40$
- 17) $S_4 \leq 35$
- 18) $S_5 \leq 25$
- 19) $S_6 \leq 50$

11. Legyen iS = az i -edik termékből eladott mennyiség $i=A, B$ vagy C

R_i = az i -edik termék gyártásához

felhasznált nyersanyag mennyisége (font) ($i=A$ vagy B)

$C =$

a C termékből termelt mennyiség (font)

$i =$

A vagy B

R = a nyersanyagból beszerzett mennyiség (font)

A helyes megfogalmazás a következő:

MAX $10 AS + 12 BS + 20 CS - 5 R - 3 AP - 2 BP$

FELTÉVE, HOGY

- 2) $R - RA - RB = 0$
- 3) $- AS - AP + RA = 0$
- 4) $- BS + 0.6 AP - BP + RB = 0$
- 5) $- 0.4 AP - 0.8 BP + C = 0$
- 6) $CS - C \leq 0$
- 7) $CS \leq 30$
- 8) $AS \leq 30$
- 9) $BS \leq 30$

12. Legyen A = az A -ból beszerzett és feldolgozott mennyiség (100liter egységben mérve)

B = az A -ból annak feldolgozásával előállított B mennyisége (100 literben)

C = az A -ból készített C mennyisége (100 l-ben)

D = a C -ből készített D mennyisége (100 l-ben)

iS = az i termékből eladott mennyiség (100 l-ben) ($i=B, C$ vagy D)

CP = C feldolgozott mennyisége (100 l-ben)

iL = az i -edik termék eladatlan maradt része (100 l-ben) ($i=B, C$ vagy D)

A korrekt LP megfogalmazás a következő:

MAX $12 BS + 16 CS + 26 DS - 9 A - CP$

FELTÉVE, HOGY

- 2) $- CS - CP + C - CL = 0$
- 3) $- BS + B - BL = 0$
- 4) $- DS + D - DL = 0$
- 5) $BS \leq 30$
- 6) $CS \leq 60$
- 7) $DS \leq 40$
- 8) $- 0.6 A - 0.4 CP + B = 0$
- 9) $- 0.4 A + C = 0$
- 10) $- 0.6 CP + D = 0$
- 11) $3 A + CP \leq 200$

3.10 Alfejezet

1. Legyen x_t = Termelés a t-edik hónapban és
 i_t = Készlet a t-edik hónap végén.

A feladat:

$$\min z = 5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 2i_1 + 2i_2 + 2i_3 + 2i_4 - 6i_4$$

$$\text{felt.hogy: } i_1 = x_1 - 50$$

$$i_2 = i_1 + x_2 - 65$$

$$i_3 = i_2 + x_3 - 100$$

$$i_4 = i_3 + x_4 - 70$$

az összes változó ≥ 0 .

2. Definiáljuk a változókat úgy, mint az 1. feladatban. Ekkor egy helyes megfogalmazás a következő:

$$\min z = 13x_1 + 14x_2 + 15x_3 + 2i_1 + 2i_2 + 2i_3$$

$$\text{felt.h. } i_1 = x_1 + 5 - 20$$

$$i_2 = i_1 + x_2 - 10$$

$$i_3 = i_2 + x_3 - 15$$

$$x_1/2 + 5 \geq 20$$

(Biztosítsuk az 1. periódus igényét)

$$x_2/2 + i_1 \geq 10 \text{ (Meet Period 2 Demand)}$$

$$x_3/2 + i_2 \geq 15 \text{ (Meet Period 3 Demand)}$$

minden változó ≥ 0

2. Legyen C_t = a t-edik hónap során sütött sajtos sütemények száma

B_t = a t-edik hónap során sütött feketeerdő sütemények száma

I_t = a még készleten levő sajtos sütemények száma a t-edik hónap végén

I_t' = a még készleten levő feketeerdő sütemények száma a t-edik hónap végén

Ekkor a feladat egy helyes megfogalmazása a következő:

$$\min z = 3C_1 + 3.4C_2 + 3.8C_3 + 2.5B_1 + 2.8B_2 + 3.4B_3 + .5(I_1 + I_2 + I_3) + .4(I_1' + I_2' + I_3')$$

$$\text{felt.h. } C_1 + B_1 \leq 65$$

$$C_2 + B_2 \leq 65$$

$$C_3 + B_3 \leq 65$$

$$I_1 = C_1 - 40$$

$$I_2 = I_1 + C_2 - 30$$

$$I_3 = I_2 + C_3 - 20$$

$$I_1' = B_1 - 20$$

$$I_2' = I_1' + B_2 - 30$$

$$I_3' = I_2' + B_3 - 10$$

Minden változó ≥ 0

4. Legyen X_{Aij} = az A termékből az I-edik hónapban a j-edik gépsoron gyártott termékek száma

X_{Bij} = a B termékből az I-edik hónapban a j-edik gépsoron gyártott termékek száma

I_{At} = az A termékből a t-edik hónap végén készleten lévő mennyiség (db)

I_{Bt} = a B termékből a t-edik hónap végén készleten lévő mennyiség (db)

Tegyük fel: $i = 1$ március, $i = 2$ április

Ekkor a probléma egy helyes megfogalmazása a következő:

$$\begin{aligned} \min z = & .75XA_{21} + .75XA_{11} + .80XA_{12} + .80XA_{22} + .60XB_{11} \\ & + .60XB_{21} + .70XB_{12} + .70XB_{22} + .20IA_1 + .20IA_2 + .20IB_1 \\ & + .20IB_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{felt.h.} \quad & .12XB_{11} + .15XA_{11} \leq 800 \\ & .15XA_{21} + .12XB_{21} \leq 400 \\ & .16XA_{12} + .14XB_{12} \leq 2000 \\ & .16XA_{22} + .14XB_{22} \leq 1200 \\ & -XA_{12} + IA_1 - XA_{11} = -4500 \\ & -XA_{21} - XA_{22} - IA_1 + IA_2 = -8000 \\ & -XB_{11} - XB_{12} + IB_1 = -1250 \\ & -XB_{21} - XB_{22} - IB_1 + IB_2 = -4000 \\ & IA_2 \geq 1000 \\ & IB_2 \geq 1000 \end{aligned}$$

Minden változó ≥ 0

5. Legyen T_i = az i -edik hónapban gyártott teherautók száma

C_i = az i -edik hónapban gyártott autók száma

S_i = az i -edik hónapban vásárolt acél mennyisége

CI_i = a raktáron levő autók száma az i -edik hónap végén

TI_i = a raktáron levő teherautók száma az i -edik hónap végén

Ekkor a feladat a következő:

$$\begin{aligned} \min z = & 400S_1 + 600S_2 + 150(TI_1 + CI_1 + TI_2 + CI_2) \\ \text{st} \quad & CI_1 = 200 + C_1 - 800 \\ & CI_2 = CI_1 + C_2 - 300 \\ & TI_1 = 100 + T_1 - 400, C_1 + T_1 \leq 1000 \\ & TI_2 = TI_1 + T_2 - 300, C_2 + T_2 \leq 1000 \\ & 2T_1 + C_1 \leq S_1, S_1 \leq 1500 \\ & 2T_2 + C_2 \leq S_2, S_2 \leq 1500 \\ & (20C_1 + 10T_1) / (C_1 + T_1) \geq 16 \text{ or } 4C_1 - 6T_1 \geq 0 \\ & (20C_2 + 10T_2) / (C_2 + T_2) \geq 16 \text{ or } 4C_2 - 6T_2 \geq 0 \\ & \text{minden változó} \geq 0 \end{aligned}$$

6. Legyen st = a t -edik hónapban a rendes munkaidőben gyártott ingek száma

st' = a t -edik hónapban túlórában gyártott ingek száma

pt = a t -edik hónapban a rendes munkaidőben

gyártott nadrágok száma

7. pt' = a t -edik hónapban túlórában gyártott ingek száma

it = raktárkészlet ingből a t -edik hónap végén

pt = raktárkészlet nadrágból a t -edik hónap végén.

Ekkor a feladat:

$$\begin{aligned} \min z = & 4(s_1 + p_1 + s_2 + p_2) + 8(s_1' + p_1' + s_2' + p_2') + 3(i_1 + i_2 + p_1 + p_2) \\ \text{st} \quad & i_1 = 1 + s_1 + s_1' - 10 \\ & i_2 = i_1 + s_2 + s_2' - 12 \\ & p_1 = 2 + p_1 + p_1' - 15 \\ & p_2 = p_1 + p_2 + p_2' - 14 \\ & s_1 + p_1 \leq 25 \\ & s_2 + p_2 \leq 25 \\ & 2(s_1 + s_1') + 3(p_1 + p_1') \leq 90 \\ & 2(s_2 + s_2') + 3(p_2 + p_2') \leq 60 + (90 - 2s_1 - 2s_1' - 3p_1 - 3p_1') \end{aligned}$$

az összes változó ≥ 0

8. Legyen st = minden év t -edik negyedévében készített cipők (párok) száma és
 it = minden év t -edik negyedévének végén készleten levő cipők (párok) száma
 xt = minden évben a t -edik negyedévben szabadságon levő dolgozók száma

Az éves költség minimalizálása a következő célfüggvényre vezet:

$$\min z = 1500(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 50i_1 + 50i_2 + 50i_3 + 50i_4$$

felt.hogy

$$s_1 \leq 50(x_2 + x_3 + x_4)$$

$$s_2 \leq 50(x_1 + x_3 + x_4)$$

$$s_3 \leq 50(x_1 + x_2 + x_4)$$

$$s_4 \leq 50(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$i_1 = 0 + s_1 - 600$$

$$i_2 = i_1 + s_2 - 300$$

$$i_3 = i_2 + s_3 - 800$$

$$i_4 = i_3 + s_4 - 100$$

$$i_4 = 0$$

és minden változó ≥ 0

8. Legyen R_t = a t -edik negyedévben a normál időben elért termelés

O_t = a t -edik negyedévben túlóraidőben elért termelés

I_t = a t -edik negyedévben a zárókészlet (selejtezés után)

$$\min z = 40R_1 + 40R_2 + 40R_3 + 60(O_1) + 60(O_2) + 60(O_3) + 15I_1 + 15I_2 + 15I_3$$

felt.hogy $R_1 \leq 27$, $R_2 \leq 27$, $R_3 \leq 27$,

$$I_1 = .9(20 + .8R_1 + .8O_1 - 30)$$

$$I_2 = .9(I_1 + .8R_2 + .8O_2 - 20)$$

$$I_3 = .9(I_2 + .8R_3 + .8O_3 - 40)$$

és minden változó ≥ 0

Figyeljük meg, hogy az a tény, hogy I_1 , I_2 , és I_3 nemnegatívak, biztosítja, hogy a kereslet minden negyedben időben kielégítésre kerül.

9. x_i = azon munkások száma, akik az i -edik negyedre szabadságot kapnak
 it = a mixerekből meglevő készlet a t -edik negyed végén
 mt = a mixerekből a t -edik negyedben gyártott mennyiség

A feladat:

$$\min z = 30(i_1 + i_2 + i_3 + i_4) + 30,000(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$st \quad i_1 = 600 + m_1 - 4000, \quad i_2 = i_1 + m_2 - 2000$$

$$i_3 = i_2 + m_3 - 3000, \quad i_4 = i_3 + m_4 - 10,000$$

$$m_1 \leq 500(x_2 + x_3 + x_4), \quad m_2 \leq 500(x_1 + x_3 + x_4),$$

$$m_3 \leq 500(x_1 + x_2 + x_4), \quad m_4 \leq 500(x_1 + x_2 + x_3)$$

és minden változó ≥ 0

3.11 Alfejezet

1. A feladat megfogalmazásában megadott célfüggvény a Finco által kapott pénz egy részét kétszeresen számolja. Például, ha 1\$ befektetésre kerül C-be és ennek a hozadéka később B-be, akkor a nettó eredmény az lesz, hogy 1\$-ból lesz \$1.80. Az 1. feladatban megadott célfüggvény viszont azt adná, hogy ez a beruházás 1\$-t $1.2(1) + 1.2(1.5) = 3$ \$-á alakít, ami nem igaz. Ennek a hibának az oka az, hogy az $1.2(1)$ által tartalmazott pénz az $1.2(1.5)$ kifejezésben is benne van.

2. A 2. feladatban megadott célfüggvény pontosan a Finco kiinduló készpénz helyzete + azon értékek összege amelyekkel minden egyes beruházás javítja a Finco. Így a 2. feladatban megadott célfüggvény éppen a Finco végső készpénz-helyzetét fejezi ki.

3. Legyen A = az A-ba fektetett \$ -összeg.

B = a B-be fektetett \$ -összeg .

c_0 = megmaradt készpénz a 0 időpontban

c_1 = megmaradt készpénz az 1 időpontban

c_2 = megmaradt készpénz a 2 időpontban

Ekkor a helyes megfogalmazás a következő:

$$\max z = c_2 + 1.9B$$

felt.h. $A + c_0 = 10,000$ (a 0 időpontbani = a 0 időpontban befektetett összeg, s.í.t.)

$$0.2A + c_0 = B + c_1$$

$$1.5A + c_1 = c_2$$

és minden változó ≥ 0

Ennek az LP feladatnak az optimális megoldása: $B = c_0 = \$10,000$, $A = c_1 = c_2 = 0$ és $z = \$19,000$. Vegyük észre, hogy az optimális esetben "várunk" a "jó" beruházásra (B), még ha a parlagon hagyott készpénz nemis hoz jövedelmet.

4. Legyen A_i = az i -edik kötvény keresleti áron megvett mennyisége

B_i = az i -edik kötvény kínálati áron eladott mennyisége

C_t = tényleges készpénzállomány a t -edik év kifizetései után (folyó \$-ban mérve). A feladat:

$$\max z = 980B_1 + 970B_2 + 960B_3 + 940B_4 - 990A_1 - 985A_2 - 972A_3 - 954A_4$$

feltéve, hogy

$$C_1 = 100(A_1 - B_1) + 80(A_2 - B_2) + 70(A_3 - B_3) + 60(A_4 - B_4)$$

$$C_2 = 10C_1/9 + \{110(A_1 - B_1) + 90(A_2 - B_2) + 80(A_3 - B_3) + 50(A_4 - B_4)\}$$

$$C_3 = 10C_2/9 + \{1100(A_1 - B_1) + 1120(A_2 - B_2) + 1090(A_3 - B_3) + 1110(A_4 - B_4)\}$$

$$A_1, A_2, A_3, A_4 \leq 1000, B_1, B_2, B_3, B_4 \leq 1000$$

minden változó ≥ 0

5. Feltételezzük, hogy az események következő sora következik be

minden hónapban.

a. A rövidlejáratu kölcsön, s a rövid- és hosszulejáratu kölcsönök után a kamat kifizetésre kerül.

Feltételezzük, hogy a januári rövid- és hosszúlejáratu kölcsönök után esedékes első kamatfizetésekre február elején kerül sor.

b. Új rövidlejáratu (vagy hosszúlejáratu) kölcsön folyósítása

c. A hónapban beérkező készpénz számbavétele

c. Az egyenleg után járó kamat folyósítása.

Az összes változó ezer dollár egységben van megadva.

Legyen $B_t = A$ t-edik havi egyenleg a t-edik havi pénzáramlás figyelembe vétele után. $t = 1, 2, \dots, 12$

$LT =$ Hosszú lejáratu kölcsön

$S_t = A$ t-edik havi rövidlejáratu kölcsön nagysága

$B_{13} =$ Zárómérleg a hosszúlejáratu kölcsön és a decemberi rövidlejáratu kölcsön visszafizetése után.

A helyesen megfogalmazott LP feladat a következő:

MAX B_{13}

FELTÉVE, HOGY

$$\begin{array}{rcl}
 & 2) & B_1 - LT - S_1 = -12 \\
 & 3) & -1.004 B_1 + 0.0099999999 LT + 1.015 S_1 + B_2 - S_2 = \\
 -10 & & \\
 & 4) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_2 + 1.015 S_2 + B_3 - S_3 = \\
 -8 & & \\
 & 5) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_3 + 1.015 S_3 + B_4 - S_4 = \\
 -10 & & \\
 & 6) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_4 + 1.015 S_4 + B_5 - S_5 = \\
 -4 & & \\
 & 7) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_5 + 1.015 S_5 + B_6 - S_6 = \\
 5 & & \\
 & 8) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_6 + 1.015 S_6 + B_7 - S_7 = \\
 -7 & & \\
 & 9) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_7 + 1.015 S_7 + B_8 - S_8 = \\
 -2 & & \\
 & 10) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_8 + 1.015 S_8 + B_9 - S_9 = \\
 15 & & \\
 = & 11) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_9 + 1.015 S_9 + B_{10} - S_{10} \\
 12 & & \\
 & 12) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_{10} + 1.015 S_{10} + B_{11} - \\
 S_{11} = & -7 & \\
 & 13) & 0.0099999999 LT - 1.004 B_{11} + 1.015 S_{11} + B_{12} - \\
 S_{12} = & 45 & \\
 & 14) & B_{13} + 1.01 LT - 1.004 B_{12} + 1.015 S_{12} = 0
 \end{array}$$

6. A változók ugyanolyan definícióját használjuk, mint az 5. feladatban és itt is használjuk a következő definíciót:

$ST_t = A$ t-edik havi adósság továbbvihető része. Vegyük figyelembe, hogy adósságot csak akkor vihetünk tovább, ha az aktuális havi pénzáramlás negatív, és feltételezzük, hogy a maximális továbbvihető összeg megegyezik az aktuális havi pénzáramlás abszolút értékével. Alább megadjuk a feladat optimális megoldását. Fogyeljük meg, hogy ebben a továbbviteli lehetőség számos hónapon át hasznosul, de rövidlejáratu kölcsönök még így is használatban maradnak.

A feladat:

MAX B_{13}

FELTÉVE, HOGY

$$\begin{array}{rcl}
 & 2) & B_1 - LT - S_1 - ST_1 = -12 \\
 & 3) & -1.004 B_1 + 0.01 LT + 1.015 S_1 + 1.01 ST_1 + B_2 - \\
 S_2 - ST_2 & & \\
 & & = -10
 \end{array}$$

S7	10.678720	.000000
ST7	7.000000	.000000
B8	.000000	.011367
S8	18.213930	.000000
ST8	2.000000	.000000
B9	.000000	.011199
S9	5.812167	.000000
B10	5.795621	.000000
S10	.000000	.011155
B11	.000000	.006024
S11	.000000	.005020
ST11	1.486227	.000000
B12	43.193880	.000000
S12	.000000	.011000

felt. sor: bo.maradv.v. többbl: duális árak:

2)	.000000	1.127144
3)	.000000	1.122653
4)	.000000	1.118181
5)	.000000	1.113230
6)	.000000	1.096779
7)	.000000	1.080570
8)	.000000	1.064601
9)	.000000	1.048868
10)	.000000	1.033368
11)	.000000	1.018096
12)	.000000	1.014040
13)	.000000	1.004000
14)	.000000	1.000000
15)	12.000000	.000000
16)	10.000000	.000000
17)	8.000000	.000000
18)	.000000	.005484
19)	.000000	.005403
20)	.000000	.005244
21)	.000000	.005167
22)	5.513773	.000000

Iterációk száma = 23

3.12 Alfejezet

1. Mivel a februárra vonatkozó feltétel nem elégíthető ki anélkül, hogy meg ne sértenénk a januárit, a feladatnak nincs lehetséges megoldása.

2. Legyen $JAN1$ = a január elején egy hónapra kölcsönvett számítógépek száma, s i.t.. Legyen továbbá $IJAN$ = a januári kereslet kielégítésére rendelkezésre álló számítógépek száma. Ekkor a megfelelő LP feladat a következő lesz:

$$\begin{aligned} \min z = & 200(JAN1 + FEB1 + MAR1 + APR1 + MAY1 + JUNE1) + \\ & 350(JAN2 + FEB2 + MAR2 + APR2 \\ & +MAY2+JUN2)+450 (JAN3+FEB3+MAR3+APR3+MAY3+JUN3) -150MAY3-300JUN3 \\ & -175JUN2 \end{aligned}$$

feltéve, hogy

$$\begin{aligned} IJAN &= JAN1 + JAN2 + JAN3 \\ IFEB &= IJAN - JAN1 + FEB1 + FEB2 + FEB3 \\ IMAR &= IFEB - JAN2 - FEB1 + MAR1 + MAR2 + MAR3 \\ IAPR &= IMAR - FEB2 - MAR1 - JAN3 + APR1 + APR2 + APR3 \\ IMAY &= IAPR - FEB3 - MAR2 - APR1 + MAY1 + MAY2 + MAY3 \\ IJUN &= IMAY - MAR3 - APR2 - MAY1 + JUN1 + JUN2 + JUN3 \\ IJAN &\geq 9 \\ IFEB &\geq 5 \\ IMAR &\geq 7 \\ IAPR &\geq 9 \\ IMAY &\geq 10 \\ IJUN &\geq 5 \\ &\text{és minden változó} \geq 0 \end{aligned}$$

3. Legyen C_{ij} = a j hónapra az i -edik hónap elején bérelt számítógépek száma és I_t = a t -edik havi kereslet kielégítésére rendelkezésre álló számítógépek száma. Ekkor egy helyes LP megfogalmazás a következő lesz:

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & 100 C_{11} + 180 C_{12} + 250 C_{13} + 100 C_{21} + 180 C_{22} + 250 C_{23} \\ & + 100 C_{31} + 180 C_{32} + 250 C_{33} + 100 C_{41} + 180 C_{42} + 250 C_{43} + \\ & 100 C_{51} \\ & + 180 C_{52} + 250 C_{53} + 100 C_{61} + 180 C_{62} + 250 C_{63} + 100 C_{71} + \\ & 180 C_{72} \\ & + 250 C_{73} + 100 C_{81} + 180 C_{82} + 250 C_{83} + 100 C_{91} + 180 C_{92} + \\ & 250 C_{93} \\ & + 100 C_{101} + 180 C_{102} + 250 C_{103} + 100 C_{111} + 180 C_{112} + 250 \\ & C_{113} \\ & + 100 C_{121} + 180 C_{122} + 250 C_{123} \end{aligned}$$

feltéve, hogy

$$\begin{aligned} 2) - C_{11} - C_{12} - C_{13} + I_1 &= 0 \\ 3) - C_{12} - C_{13} - C_{21} - C_{22} - C_{23} + I_2 &= 0 \\ 4) - C_{13} - C_{22} - C_{23} - C_{31} - C_{32} - C_{33} + I_3 &= 0 \\ 5) - C_{23} - C_{32} - C_{33} - C_{41} - C_{42} - C_{43} + I_4 &= 0 \\ 6) - C_{33} - C_{42} - C_{43} - C_{51} - C_{52} - C_{53} + I_5 &= 0 \\ 7) - C_{43} - C_{52} - C_{53} - C_{61} - C_{62} - C_{63} + I_6 &= 0 \\ 8) - C_{53} - C_{62} - C_{63} - C_{71} - C_{72} - C_{73} + I_7 &= 0 \\ 9) - C_{63} - C_{72} - C_{73} - C_{81} - C_{82} - C_{83} + I_8 &= 0 \\ 10) - C_{73} - C_{82} - C_{83} - C_{91} - C_{92} - C_{93} + I_9 &= 0 \\ 11) - C_{83} - C_{92} - C_{93} - C_{101} - C_{102} - C_{103} + I_{10} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 12) - C93 - C102 - C103 - C111 - C112 - C113 + && I11 \\
= & 0 \\
& 13) - C103 - C112 - C113 - C121 - C122 - C123 + && I12 \\
= & 0 \\
& 14) I1 \geq 800 \\
& 15) I2 \geq 1000 \\
& 16) I3 \geq 600 \\
& 17) I4 \geq 500 \\
& 18) I5 \geq 1200 \\
& 19) I6 \geq 400 \\
& 20) I7 \geq 800 \\
& 21) I8 \geq 600 \\
& 22) I9 \geq 400 \\
& 23) I10 \geq 500 \\
& 24) I11 \geq 800 \\
& 25) I12 \geq 600
\end{aligned}$$

és az összes változó ≥ 0

4. Legyen S_t = a t-edik hónap folyamán eladott búza mázsában,
 B_t = a t-edik hónap folyamán megvett búza mázsában, és I_t = a
t-edik hónap végén raktáron levő búza (miután a vétel már
megtörtént). Ekkor egy helyes megfogalmazás LP-ként a következő
lesz:

$$\begin{aligned}
\text{MAX} & 3 S1 + 6 S2 + 7 S3 + S4 + 4 S5 + 5 S6 + 5 S7 + S8 + 3 \\
& S9 + 2 S10 \\
& - 8 B1 - 8 B2 - 2 B3 - 3 B4 - 4 B5 - 3 B6 - 3 B7 - 2 B8 \\
& - 5 B9 - 5 B10
\end{aligned}$$

feltéve, hogy

$$\begin{aligned}
2) & I0 = 6000 \\
3) & S1 - B1 - I0 + I1 = 0 \\
4) & S2 - B2 - I1 + I2 = 0 \\
5) & S3 - B3 - I2 + I3 = 0 \\
6) & S4 - B4 - I3 + I4 = 0 \\
7) & S5 - B5 - I4 + I5 = 0 \\
8) & S6 - B6 - I5 + I6 = 0 \\
9) & S7 - B7 - I6 + I7 = 0 \\
10) & S8 - B8 - I7 + I8 = 0 \\
11) & S9 - B9 - I8 + I9 = 0 \\
12) & S10 - B10 - I9 + I10 = 0 \\
13) & S1 - I0 \leq 0 \\
14) & S2 - I1 \leq 0 \\
15) & S3 - I2 \leq 0 \\
16) & S4 - I3 \leq 0 \\
17) & S5 - I4 \leq 0 \\
18) & S6 - I5 \leq 0 \\
19) & S7 - I6 \leq 0 \\
20) & S8 - I7 \leq 0 \\
21) & S9 - I8 \leq 0 \\
22) & S10 - I9 \leq 0 \\
23) & I1 \leq 20000 \\
24) & I2 \leq 20000 \\
25) & I3 \leq 20000 \\
26) & I4 \leq 20000 \\
27) & I5 \leq 20000 \\
28) & I6 \leq 20000 \\
29) & I7 \leq 20000 \\
30) & I8 \leq 20000
\end{aligned}$$

- 31) $I9 \leq 20000$
 32) $I10 \leq 20000$
 és az összes változó ≥ 0

3.fejezet, Áttekintő feladatok

1. Let x_1 = gyártott pilzeni sör mennyisége
 hordóban kifejezve
 x_2 = gyártott angol világos sör hordóban
 kifejezve
 Ekkor a következő feladatot kell megoldanunk:
 $\max z = 5x_1 + 2x_2$
 felt.h. $5x_1 + 2x_2 \leq 60$
 $2x_1 + x_2 \leq 25$
 $x_1, x_2 \geq 0$

Grafikusan az optimális megoldásra $z = 60, x_1 = 10, x_2 = 5$,
 adódik, míg $x_1 = 12, x_2 = 0$ egy alternatív optimális megoldás.

2. Legyen x_1 = a készített csokoládés sütemények száma
 x_2 = a készített vaniliás sütemények száma
 Ekkor a következő feladatot kell megoldanunk:
 $\max z = x_1 + .50x_2$
 felt.h. $20x_1 + 40x_2 \leq 480$
 $4x_1 + x_2 \leq 30$
 $x_1, x_2 \geq 0$

Grafikusan az optimális megoldásra adódik: $x_1 = 36/7$,
 $x_2 = 66/7, z = 69/7$.

3. Legyen A = az A beruházásra fordított dollárösszeg
 B = a B beruházásra fordított dollárösszeg
 C = a C beruházásra fordított dollárösszeg
 Mt = a t-edik év végén pénzüpiaci alapba
 fektetett dollárösszeg.
 Ekkor a megfelelő LP feladat a következő:
 $\max z = 1.06M2 + 1.5C + 1.3A$
 felt.h. $100 = A + B + M0$
 $0.20B + 1.06M0 + 0.10A = C + M1$
 $1.1B + 1.06M1 = M2$
 $A \leq 50, B \leq 50, C \leq 50$
 és minden változó ≥ 0

4. Legyen OIL = a vásárolt olaj (ezer hordó
 egységben)
 HOS = eladott nem krakkolt fűtőolaj (ezer hordó)
 HOP = továbbfeldolgozott fűtőolaj (ezer hordó)
 AFS = eladott nem krakkolt repülőbenzin (ezer hordó)
 AFP = továbbfeldolgozott repülőbenzin (ezer
 hordó)
 Ekkor a következő feladatot kell megoldanunk:
 $\max z = 40HOS + 90HOP - 40(OIL) + 130AFP + 60AFS$

felt.hogy $OIL \leq 20$
 $0.5(OIL) = AFS + AFP$
 $0.5(OIL) = HOS + HOP$
 $AFP + 0.75HOP \leq 8$
 és minden változó ≥ 0

5. Legyen A = az A beruházásra fordított dollárösszeg
 B = a B beruházásra fordított dollárösszeg
 C = a C beruházásra fordított dollárösszeg
 T_t = a t -edik év végén kincstárjegyekbe fektetett dollárösszeg

Ekkor a következő feladatot kell megoldanunk:

$$\begin{aligned} \max z &= 1.2C + 1.1T_2 \\ \text{felt.h.} \quad A + T_0 &= 100 \\ 1A + 1.1T_0 &= T_1 + B \\ 1.3A + 1.6B + 1.1T_1 &= C + T_2 \\ A, B, C &\leq 50 \\ \text{és minden változó} &\geq 0 \end{aligned}$$

6. Legyen x_1 = az egy tonna acélhoz felhasznált 1-es ötvözet (fontban) és
 x_2 = az egy tonna acélhoz felhasznált 2-es ötvözet (fontban). Ekkor a feladat:

$$\begin{aligned} \min z &= 190x_1/2000 + 200x_2/2000 \\ 0.03x_1 + 0.04x_2 &\leq 70 \\ \text{Széntartalom feltételek:} \\ 0.03x_1 + 0.04x_2 &\geq 64 \\ 0.02x_1 + 0.025x_2 &\geq 36 \\ \text{Szilíciumtartalom feltételek:} \\ 0.02x_1 + 0.025x_2 &\leq 50 \\ 0.01x_1 + 0.015x_2 &\geq 18 \\ \text{Nikkeltartalom feltételek:} \\ .01x_1 + .015x_2 &\leq 24 \\ (42.000x_1 + 50.000x_2)/2,000 &\geq 45.000 \\ \text{Továbbá} \\ x_1 + x_2 &= 2.000 \\ x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

7. Legyen x_{ij} = Az i -edik acélműben havonta előállított j -edik típusu acél (tonnában). Ekkor a feladat egy helyes megfogalmazása a következő:

$$\begin{aligned} \min z &= 10x_{11} + 12x_{21} + 14x_{31} + 11x_{12} + 9x_{22} + 10x_{32} \\ \text{felt.hogy } 20x_{11} + 22x_{12} &\leq 200 \text{ (60) (az 1.acélműhöz tart. felt.)} \\ 24x_{21} + 18x_{22} &\leq 200 \text{ (60) (a 2.acélműhöz tart. felt.)} \\ 28x_{31} + 30x_{32} &\leq 200 \text{ (60) (a 3.acélműhöz tart. felt.)} \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} &\geq 500 \text{ (az 1-es típ. acél kereslete)} \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &\geq 600 \text{ (a 2-es típ. acél kereslete)} \\ \text{és minden változó} &\geq 0 \end{aligned}$$

8. Legyen x_1 = az 1.farm kukoricat-re haszn.része (hold)
 x_2 = az 1.farm búzaterm-re haszn. része (hold)
 x_3 = a 2.farm kukoricaterm-re haszn.része (hold)
 x_4 = a 2.farm búzaterm-re haszn. része (hold)

Ekkor a feladat egy helyes megfogalmazása:

$$\begin{aligned} \min z &= 100x_1 + 90x_2 + 120x_3 + 80x_4 \\ \text{feltéve, h. } x_1 + x_2 &\leq 100 \text{ (az 1. farm földter. korlátja)} \\ x_3 + x_4 &\leq 100 \text{ (a 2. farm földter. korlátja)} \\ 500x_1 + 650x_3 &\geq 7,000 \text{ (kukorica szükséglet)} \end{aligned}$$

$$400x_2 + 350x_4 \geq 11,000 \text{ (búza szükséglet.)}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

9. Legyen x_1 = az 1-es folyamat alkalmazásának szintje.

x_2 = a 2-es folyamat alkalmazásának szintje

x_3 = a modellezésre felhasznált idő.

Ekkor egy helyes megfogalmazás a következő:

$$\max z = 5(3x_1+5x_2) - 3(x_1+2x_2) - 2(2x_1+3x_2) - 100x_3$$

feltéve, h. $x_1+2x_2 \leq 20,000$ (korlát a munkára)

$$2x_1+3x_2 \leq 35.000 \text{ (korlát a vegyszerekre)}$$

$$3x_1+5x_2 = 1.000+200x_3 \text{ (Parfüm termelés}$$

$$= \text{Parfüm kereslet)}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

10. Legyen x_1 = 900 új vevőhöz szükséges

újsághirdetések száma

x_2 = 600 új vevőhöz szükséges

újsághirdetések száma

x_3 = 300 új vevőhöz szükséges

újsághirdetések száma

x_4 = 10.000 új vevőt eredményező TV reklámok száma

x_5 = 5.000 új vevőt eredményező TV reklámok száma

x_6 = 2.000 új vevőt eredményező TV reklámok száma

Ekkor egy helyes megfogalmazása a feladatnak a következő:

$$\max z = 900x_1+600x_2+300x_3+10.000x_4+5.000x_5+2.000x_6$$

felt.h. $x_1 + x_2 + x_3 \leq 30$ (az újs.hird-k száma max.30)

$$x_4 + x_5 + x_6 \leq 15 \text{ (TV reklámok száma max. 15)}$$

$$x_1+x_2+x_3+10x_4+10x_5+10x_6 \leq 150 \text{ (Költségkorlát)}$$

$$x_1 \leq 10, x_2 \leq 10, x_3 \leq 10, x_4 \leq 5, x_5 \leq 5, x_6 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0$$

Figyeljük meg, hogy a feladat megfogalmazásából következik, hogy $x_2 > 0$ csak akkor lehetséges, ha $x_1 = 10$; s hasonlóan $x_3 > 0$ csak $x_2 = 10$ esetén lehetséges, s.í.t.. Mivel az x_1 számú hirdetés hasznosabb, mint az x_2 számú, és az x_2 számú hasznosabb, mint az x_3 számú, a maximalizálás (hasonlóan a Sailco feladat esetéhez) automatikusan fogja biztosítani ezt. Végül is, minek rendelünk meg egyet az x_2 számú (2.típ.) hirdetés közül, ha megrendelhetünk egyet az x_1 számú (1.típ.) hirdetés közül is.

11. Minden változó millió hordó olaj egységben értendő.

Legyen x_{11} = az évente LA-ból Houston-ba száll. olaj.

x_{12} = az évente LA-ból NY-ba száll. olaj.

x_{21} = az évente Chicago-ból Houston-ba száll. olaj. x_{22} = Oil sent each year from Chicago to NY.

y_1 = kapacitásnövelés LA-ben.

y_2 = kapacitásnövelés Chicago-ban.

Ekkor egy helyes megfogalmazása a feladatnak (a célfüggvényt ezer dollárban adva meg):

$$\max z = 10\{20x_{11}+15x_{12}+18x_{21}+17x_{22}\} - 120y_1 - 150y_2$$

felt.h. $x_{11} + x_{21} \leq 5$ (a Houst-ba száll.menny. \leq H.-i kereslet)

$$x_{12} + x_{22} \leq 5 \text{ (a NY-ba száll.menny. } \leq \text{ NY-i kereslet)}$$

$x_{11} + x_{12} \leq 2 + y_1$ (nem száll.-ható el több LA-ból,
 mint amennyi ott van)
 $x_{21} + x_{22} \leq 3 + y_2$ (nem száll.-ható el több Chicago-
 ból, mint amennyi ott van)
 és minden változó ≥ 0

12. Legyen D = napközbeni és E = esti hívások száma. Ekkor a helyes megfogalmazás:

$$\min z = 2D + 5E$$

$$\text{felt.h. } .30D + .30E \geq 150 \text{ (feleségek korlátja)}$$

$$0.10D + 0.30E \geq 120 \text{ (férjek korlátja) } .10D +$$

$$0.15E \geq 100 \text{ (egyedülálló férfiak korlátja)}$$

$$0.10D + 0.20E \geq 110 \text{ (egyedülálló nők korlátja)}$$

$$E / (E+D) \leq 1/2 \text{ vagy másképp: } E - D \leq 0$$

$$D \geq 0, E \geq 0$$

13. Legyen W1 = az 1-es táp gyártásához felhasznált búza (fontban)

W2 = a 2-es táp gyártásához felhaszn. búza (fontban)

A1 = az 1-es táp gyártásához felhaszn. lóhere (font)

A2 = a 2-es táp gyártásához felhaszn. lóhere (font)

Ekkor a helyes megfogalmazás:

$$\max z = 1.5(W1+A1) + 1.3(W2+A2) - 0.5(W1+W2) - 0.4(A1+A2)$$

$$\text{felt.h. } W1+W2 \leq 1.000 \text{ (max.1000 font búza szerezhető be)}$$

$$A1+A2 \leq 800 \text{ (max. 800 font lóhere szerezhető be)}$$

$$W1 / (A1+W1) \geq 0.8 \text{ vagy másképp: } 0.2W1 - 0.8A1 \geq 0$$

(az 1-es táp legalább 80% búzát tartalmaz)

$$A2 / (A2+W2) \geq 0.6 \text{ vagy másképp: } 0.4A2 - 0.6W2 \geq 0$$

(a 2-es táp legalább 60% lóherét tartalmaz)

$$W1, W2, A1, A2 \geq 0$$

14. Jelentse W1', W2', A1', és A2' a búza és a lóhere azon mennyiségét (fontban), amit a diszkont áron eladott táp készítéséhez használnak fel, és W1, W2, A1, valamint A2 azon mennyiségeket, amit a nem-diszkont áron eladott tápához használnak fel (fontban). Ekkor a feladat egy helyes megfogalmazása a következő:

$$\max z = 1.5(W1+A1) + 1.3(W2+A2) + 1.25(W1'+A1') + (W2'+A2')$$

$$- 0.5(W1+W2+W1'+W2') - 0.4(A1+A2+A1'+A2')$$

$$\text{felt.h. } A1+W1 \leq 300 \text{ (max. 300 font 1-es táp adható}$$

el a magasabb áron)

$$A2+W2 \leq 300 \text{ (max. 300 font 2-es táp adható}$$

el a magasabb áron)

$$W1+W2+W1'+W2' \leq 1.000$$

$$A1+A2+A1'+A2' \leq 800$$

$$(W1+W1') / (A1+A1'+W1+W1') \geq 0.8 \text{ vagy másképp:}$$

$$-0.8A1 - 0.8A1' + 0.2W1 + 0.2W1' \geq 0$$

$$(A2+A2') / (A2+A2'+W2+W2') \geq 0.6 \text{ vagy másképp:}$$

$$-0.6W2 - 0.6W2' + 0.4A2 + 0.4A2' \geq 0$$

és minden változó ≥ 0

Figyeljük meg, hogy a maximalizálás biztosítja, hogy W1' = A1' = 0 amíg A1+W1 nem éri el 300-t. Hasonlóan a maximalizálás biztosítja, hogy W2' = A2' = 0, amíg A2+W2 \leq 300.

15. Legyen x_1 = az 1. folyamat alkalmazási szintje
 x_2 = a 2. folyamat alkalmazási szintje
A = az A vegyszerből termelt mennyiség (dkg).
 B_1 = a B vegyszerből eladott mennyiség (dkg) B_2 =
a B vegyszerből megsemmisítendő mennyiség (dkg) Ekkor egy helyes megfogalmazása a feladatnak a következő: $\max z = 16A + 14B_1 - 2B_2$
felt.h. $2x_1 + 3x_2 \leq 60$ (max. 60 munkaórát használunk fel)
 $x_1 + 2x_2 \leq 40$ (max. 40 egységnyi nyersanyag fogy)
 $A = 2x_1 + 3x_2$ (az A-ból termelt teljes mennyiség)
 $B_1 + B_2 = x_1 + 2x_2$ (a B-ből termelt teljes mennyiség)
 $B_1 \leq 20$ (Legfeljebb 20 dkg adható el B-ből)
 $x_1, x_2, A, B_1, B_2 \geq 0$

16. Az új megfogalmazás a következő:

$$\min z = 2.000(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 1.000x_5 + 2.000(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5)$$

felt.h. $160y_1 - 50x_1 \geq 6.000$ (januári feltétel)
 $160y_2 - 50x_2 - 10x_1 \geq 7.000$ (februári feltétel)
 $160y_3 - 50x_3 - 10x_2 \geq 8.000$ (márciusi feltétel)
 $160y_4 - 50x_4 - 10x_3 \geq 9.500$ (áprilisi feltétel)
 $160y_5 - 50x_5 - 10x_4 \geq 11.000$ (májusi feltétel)
 $y_1 = 50$
 $y_2 = 0.95y_1$
 $y_3 = 0.95y_2 + x_1$
 $y_4 = 0.95y_3 + x_2$
 $y_5 = 0.95y_4 + x_3$
és minden változó ≥ 0

17. Legyen OT = a tölgyből készített asztalok száma
OC = a tölgyből készített székek száma
PT = a fenyőből készített asztalok száma
PC = a fenyőből készített székek száma

Ekkor a feladat helyes megfogalmazása:

$$\max z = 40(OT + PT) + 15(OC + PC)$$

$$\text{felt.h. } 170T + 50C \leq 150 \text{ (max. 150 lap tölgy hasznh.)}$$

$$30PT + 13PC \leq 210 \text{ (max. 210 lap fenyőfa hasznh.)}$$

$$OT \geq 0, OC \geq 0, PT \geq 0, PC \geq 0.$$

Mivel a feladatnak 4 döntési változója van, nem oldható meg grafikusán.

18. Legyen 1. iskola = Cooley High School és 2. iskola = Walt Whitman High School. Legyen M_{ij} = az i-edik körzetben lakó és a j-edik iskolába járó, a kisebbséghez tartozó tanulók száma és legyen N_{Mij} = az i-edik körzetben lakó és a j-edik iskolába járó nem-kisebbségi tanulók száma. Ekkor a problémát helyesen leíró LP feladat a következő:

$$\min z = (M_{11} + N_{M11}) + 2(M_{12} + N_{M12}) + 2(M_{21} + N_{M21}) + (M_{22} + N_{M22}) + (M_{31} + N_{M31}) + (M_{32} + N_{M32})$$

$$\text{felt.h. } M_{11} + M_{12} = 50$$

$$M_{21} + M_{22} = 50$$

$$M_{31} + M_{32} = 100$$

$$N_{M11} + N_{M12} = 200$$

$$N_{M21} + N_{M22} = 250$$

$$N_{M31} + N_{M32} = 150$$

Az 1. iskolára a következő 'keverési' feltételeket kapjuk:

$$M_{11} + M_{21} + M_{31}$$

$$0.2 \leq \frac{M11+M21+M31+NM11+NM21+NM31}{M11+M21+M31+NM11+NM21+NM31} \leq 0.3$$

Ez a következő két LP feltételt adja:

$$0.8M11+0.8M21+0.8M31-0.2NM11-0.2NM21-0.2NM31 \geq 0$$

$$0.7M11+0.7M21+0.7M31-0.3NM11-0.3NM21-0.3NM31 \leq 0.$$

A 2. iskolára a következő 'keverési' feltételeket kapjuk:

$$M12+M22+M32$$

$$0.2 \leq \frac{M12+M22+M32+NM12+NM22+NM32}{M12+M22+M32+NM12+NM22+NM32} \leq 0.3$$

$$M12+M22+M32+NM12+NM22+NM32$$

Ez a következő két LP feltételt adja:

$$0.8M12+0.8M22+0.8M32-0.2NM12-0.2NM22-0.2NM32 \geq 0$$

$$0.7M12+0.7M22+0.7M32-0.3NM12-0.3NM22-0.3NM32 \leq 0.$$

Biztosítanunk kell azt is, hogy minden iskolában 300 és 500 között legyen a tanulók száma. Így szükségünk van a következő feltételekre is:

$$300 \leq M11+NM11+M21+NM21+M31+NM31 \leq 500$$

$$300 \leq M12+NM12+M22+NM22+M32+NM32 \leq 500.$$

Az előjelkorlátozás, ti. hogy minden változó ≥ 0 , teszi teljessé a feltételrendszert.

19. Legyen $G1$ = 1. osztályu vásárolt fűrészelt fa mennyisége (köbméter)

$G2$ = 2. osztályu vásárolt fűrészelt fa mennyisége (köbméter)

LOG = a kivágott fa mennyisége (köbméter)

A feladat:

$$\min z = 3G1 + 7G2 + 3LOG + 2.5LOG + 4(G1 + G2 + LOG)$$

$$\text{feltéve, h. } G1 \leq 40.000, G2 \leq 60.000, LOG \leq 35.000$$

$$0.7G1 + 0.9G2 + 0.8LOG = 90.000$$

$$2G1 + 0.8G2 + 1.3LOG \leq 40(3600)$$

$$\text{és minden változó } \geq 0$$

20. Legyen $x1s$ = az 1. földterület lucfenyő nevelésre használt része (holdban)

$x1h$ = az 1. földterület vadászatra hasznosított része (holdban)

$x1sh$ = az 1. földterület vadászatra és fenyő nevelésre is hasznosított része (holdban)

$x2s$ = a 2. földterület fenyő nevelésre hasznosított része (holdban)

$x2c$ = a 2. földterület camping-nek hasznosított része (holdban)

$x2sc$ = a 2. földterület fenyő nevelésre és camping-nek hasznosított része (holdban)

A feladat:

$$\max z = 0.2x1s + 0.4x1h + 0.5x1sh + 0.06x2s + 0.09x2c + 1.1x2sc$$

$$\text{felt.h. } 3x1s + 3x1h + 4x1sh + x2s + 30x2c + 10x2sc$$

$$\leq 150,000$$

$$0.1x1s + 0.2x1h + 0.2x1sh + 0.05x2s + 5x2c +$$

$$1.01xsc \leq 200$$

$$x1s + x1h + x1sh \leq 300, x2s + x2c + x2sc \leq 100$$

$$\text{és minden változó } \geq 0$$

21. Legyen A = az A termékért számított ár

B = a B termékért számított ár A feladat:

$$\begin{aligned} \max z &= 1000A + 1500B \\ \text{felt.h. } 8 - B &\leq 10 - A \\ 15 - B &\geq 12 - A \\ A &\leq 10, B \leq 15 \\ \text{és minden változó} &\geq 0 \end{aligned}$$

22. Legyen x_{ijk} = az 1. termékből termelt azon darabszám, amit az i -edik gépen, a j -edik hónap folyamán a k -edik hónapban való eladásra termeltek

y_{ijk} = a 2. termékből termelt azon darabszám, amit az i -edik gépen, a j -edik hónap folyamán a k -edik hónapban való eladásra termeltek. Ekkor a feladat:

$$\begin{aligned} \max z &= 55(x_{111} + x_{211}) + 12(x_{112} + x_{212} + x_{122} + x_{222}) \\ &+ 65(y_{111} + y_{211}) + 32(y_{112} + y_{212} + y_{122} + y_{222}) \end{aligned}$$

felt.h.

$$\begin{aligned} 4(x_{111} + x_{112}) + 7(y_{111} + y_{112}) &\leq 500 \quad (1. \text{ gép } 1. \text{ hónap}) & 3(x_{211} + x_{212}) + 4(y_{211} + y_{212}) &\leq 500 \quad (2. \text{ gép } 1. \text{ hónap}) \\ 4x_{122} + 7y_{122} &\leq 500 \quad (1. \text{ gép } 2. \text{ hónap}) \end{aligned}$$

$$3x_{222} + 4y_{222} \leq 500 \quad (2. \text{ gép } 2. \text{ hónap})$$

$$x_{111} + x_{211} \leq 100 \quad (\text{az } 1. \text{ hónapban eladás az } 1. \text{ termékből})$$

$$\begin{aligned} y_{111} + y_{211} &\leq 140 \quad (\text{a } 1. \text{ hónapban eladás az } 2. \text{ termékből}) & x_{112} + x_{212} + x_{122} + x_{222} &\leq 190 \quad (\text{az } 2. \text{ hónapban eladás az } 1. \text{ termékből}) \end{aligned}$$

$$y_{112} + y_{212} + y_{122} + y_{222} \leq 130 \quad (\text{az } 2. \text{ hónapban eladás az } 2. \text{ termékből})$$

és minden változó ≥ 0

23. Legyen x_i = a munkások által minden héten az i -edik gépen eltöltött órák száma és p_i = az i -edik termékből hetente termelt darabszám. Ekkor a feladat:

$$\max z = 6p_1 + 8p_2 + 10p_3$$

$$\text{felt.h. } 2p_1 + 3p_2 + 4p_3 \leq x_1$$

$$2p_1 + 3p_2 + 4p_3 \leq 200$$

$$3p_1 + 5p_2 + 6p_3 \leq x_2$$

$$3p_1 + 5p_2 + 6p_3 \leq 120$$

$$4p_1 + 7p_2 + 9p_3 \leq x_3$$

$$4p_1 + 7p_2 + 9p_3 \leq 160$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 350$$

és minden változó nemnegatív

24. Legyen X_i = az i -edik típusú kezelt DRG esetek száma hetente. ekkor a probléma helyes megfogalmazása a következő.

$$\text{MAX } 2000 X_1 + 1500 X_2 + 500 X_3 + 300 X_4$$

FELTÉVE, HOGY

$$2) \quad 7 X_1 + 4 X_2 + 2 X_3 + X_4 \leq 570$$

$$3) \quad 5 X_1 + 2 X_2 + X_3 \leq 1000$$

$$4) \quad 30 X_1 + 10 X_2 + 5 X_3 + X_4 \leq 50000$$

$$5) \quad 800X_1 + 500X_2 + 150X_3 + 50X_4 \leq 50000$$

$$6) \quad X_1 \geq 10$$

$$7) \quad X_2 \geq 15$$

$$8) \quad X_3 \geq 40$$

$$9) \quad X_4 \geq 160$$

25. Legyen W_i = az i -edik típusu borból évente termelt mennyiség (liter). A feladat helyes megfogalmazása a következő. Figyeljük meg, hogy a 2. sor bal oldala a borból levő átlagos raktárkészletet adja.

$$\text{MAX } 6 W_1 + 12 W_2 + 20 W_3 + 30 W_4$$

FELTÉVE, HOGY

- 2) $0.3333 W_1 + W_2 + 2 W_3 + 3.3333 W_4 \leq 50000$
- 3) $0.5 W_1 + 0.5 W_2 + W_3 + 1.5 W_4 \leq 32000$
- 4) $0.2 W_1 + 0.3 W_2 + 0.3 W_3 + 0.5 W_4 \leq 12000$
- 5) $W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \leq 100000$

26. Grafikus megoldás után az optimális megoldás:
 $z = 6$, $x_1 = 0$ and $x_2 = 6$.

27. Legyen S_{ij} = a j -edik év során eladott i típusu teherautók száma,

P_{ij} = az i -edik típusu teherautóból gyártott darabszám a j -edik évben.

I_{ij} = az i -edik típusu teherautóból raktáron levő darabszám a j -edik év végén. A feladat helyes megfogalmazása a következő. Figyeljük meg, hogy I_{ij} nemnegatív volta biztosítja azt, hogy sohasem adunk el több teherautót, mint amennyi rendelkezésre áll.

$$\begin{aligned} & \text{MAX } 20 S_{11} + 20 S_{12} + 20 S_{13} + 17 S_{21} + 17 S_{22} + 17 S_{23} \\ & - 15 P_{11} - 15 P_{12} - 15 P_{13} - 14 P_{21} - 14 P_{22} - 14 P_{23} - \\ & 2 I_{11} - 2 I_{12} - 2 I_{13} - 2 I_{21} - 2 I_{22} - 2 I_{23} \end{aligned}$$

FELTÉVE, HOGY

- 2) $S_{11} - P_{11} + I_{11} = 0$
- 3) $S_{12} - P_{12} - I_{11} + I_{12} = 0$
- 4) $S_{13} - P_{13} - I_{12} + I_{13} = 0$
- 5) $S_{21} - P_{21} + I_{21} = 0$
- 6) $S_{22} - P_{22} - I_{21} + I_{22} = 0$
- 7) $S_{23} - P_{23} - I_{22} + I_{23} = 0$
- 8) $P_{11} + P_{21} \leq 320$
- 9) $P_{12} + P_{22} \leq 320$
- 10) $P_{13} + P_{23} \leq 320$
- 11) $S_{11} \leq 100$
- 12) $S_{12} \leq 200$
- 13) $S_{13} \leq 300$
- 14) $S_{21} \leq 200$
- 15) $S_{22} \leq 100$
- 16) $S_{23} \leq 150$
- 17) $5 P_{11} + 5 P_{12} + 5 P_{13} - 5 P_{21} - 5 P_{22} - 5 P_{23} \leq 0$

0

28. Minden optimális megoldásra $z = 12$. Minden, a $(2, 4)$ és $(3, 0)$ pontokat összekötő egyenes szakaszon levő pont optimális.

29. Legyen P_i = a szuper minőségűből az i -edik hónapban készített (és eladott) mennyiség (liter)

R_i = a normál minőségűből az i -edik hónapban

készített (és eladott) mennyiség (liter)

B_i = az i osztályu nyers-narancsléből a 2. hónapban történő felhasználásra vásárolt mennyiség (liter)

I_j = a j osztályu nyers-narancsléből az 1. hónap végén megmaradt mennyiség (liter),

R_{ij} = a j osztályu nyers-narancsléből az i -edik hónap során

normál narancslé készítésére elhasznált mennyiség,
 P_{ij} = a j osztályu nyers-narancsléből az i -edik hónap során
 szuper narancslé készítésére elhasznált mennyiség. A feladat
 egy helyes megoldását adó LP modell a következő:

$$\begin{aligned} \text{MAX} \quad & 0.9 P_1 + 0.9 P_2 + 0.7 R_1 + 0.7 R_2 - 0.4 B_3 - 0.6 B_6 - \\ & 0.05 I_3 \\ & - 0.1 I_6 \\ \text{FELTÉVE, HOGY} \quad & \\ & 2) \quad R_1 - R_{16} - R_{13} = 0 \\ & 3) \quad P_1 - P_{13} - P_{16} = 0 \\ & 4) \quad R_2 - R_{26} - R_{23} = 0 \\ & 5) \quad P_1 - P_{13} - P_{16} = 0 \\ & 6) \quad P_2 - P_{26} - P_{23} = 0 \\ & 7) \quad R_1 \leq 2000 \\ & 8) \quad R_2 \leq 2000 \\ & 9) \quad P_1 \leq 1000 \\ & 10) \quad P_2 \leq 1000 \\ & 11) \quad I_6 + R_{16} + P_{16} = 3000 \\ & 12) \quad I_3 + R_{13} + P_{13} = 2000 \\ & 13) \quad -4 R_1 + 6 R_{16} + 3 R_{13} \geq 0 \\ & 14) \quad -4 R_2 + 6 R_{26} + 3 R_{23} \geq 0 \\ & 15) \quad -5 P_1 + 3 P_{13} + 6 P_{16} \geq 0 \\ & 16) \quad -5 P_2 + 6 P_{26} + 3 P_{23} \geq 0 \\ & 17) \quad -B_6 - I_6 + R_{26} + P_{26} \leq 0 \\ & 18) \quad -B_3 - I_3 + R_{23} + P_{23} \leq 0 \end{aligned}$$

30. Az LP feladat nemkorlátos.

31. Az LP feladat nemkorlátos.

32. Let X_i = az i -edik műszakhoz rendelt munkások
 száma. Ekkor a következő egy helyes LP modell:

$$\begin{aligned} \text{MAX} \quad & 84 X_1 + 92 X_2 + 80 X_3 \\ \text{FELTÉVE, HOGY} \quad & \\ & 2) \quad X_1 \leq 10 \\ & 3) \quad X_2 \leq 10 \\ & 4) \quad X_3 \leq 10 \\ & 5) \quad 10 X_1 + 10 X_2 + 10 X_3 \leq 250 \\ & 6) \quad 10 X_1 - 10 X_3 \leq 0 \\ & 7) \quad X_1 + X_2 + X_3 \leq 25 \end{aligned}$$

33. Minden optimális megoldásra $z = 8$. Minden, a $(2, 0)$ és $(0, 8)$ pontokat összekötő egyenesszakasz pontjai optimális megoldások.

34. Legyen L_t = a t -edik hónapban LA-ben készített
 léghopndicionálók száma,
 N_t = a t -edik hónapban NY-ban készített léghopndicionálók,
 I_t = raktáron levő léghopndicionálók száma a t -edik hónap végén.
 Ekkor a feladat LP-ként való megfogalmazása a következő:

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & 400 L_1 + 400 L_2 + 400 L_3 + 100 I_1 + 100 I_2 + 100 \\ & I_3 + 350 N_1 + 350 N_2 + 350 N_3 \\ \text{FELTÉVE, HOGY} \quad & \\ & 2) \quad -L_1 + I_1 - N_1 = -100 \end{aligned}$$

41

- 3) $-L_2 - I_1 + I_2 - N_2 = -400$
- 4) $-L_3 - I_2 + I_3 - N_3 = -500$
- 5) $1.5 L_1 \leq 420$
- 6) $1.5 L_2 \leq 420$
- 7) $1.5 L_3 \leq 420$
- 8) $2 N_1 \leq 420$
- 9) $2 N_2 \leq 420$
- 10) $2 N_3 \leq 420$

35. Legyen L_i = az i -edik típusu elrendezésben összeállított virágegyüttesek száma. Az adódó feladat:

MAX $50 L_1 + 30 L_2 + 60 L_3$
 FELTÉVE, HOGY

- 2) $30 L_1 + 10 L_2 + 20 L_3 \leq 1000$
- 3) $20 L_1 + 40 L_2 + 50 L_3 \leq 800$
- 4) $4 L_1 + 3 L_2 + 2 L_3 \leq 100$

36a. vegyük hozzá még az $L_1 \leq L_2$ feltételt.

36b. vegyük hozzá még a következő feltételeket:

$L_1 \geq 5, L_2 \geq 5, L_3 \geq 5.$

37. Az optimális megoldás: $z = 12, x_1 = 0, x_2 = 6.$

38. Legyen F_{12} = olyan teljes munkaidős alkalmazottak száma, akik 12 és 1 között ebédelnek

F_1 = olyan teljes munkaidős alkalmazottak száma, akik 1 és 2 között ebédelnek.

PT_t = olyan részdíós alkalmazottak száma, akik t időpontban kezdik a munkát ($t = 9, 10, 11, 12, 1, 2$). A du.2-kor munkát kezdő alkalmazottak a zárásig dolgoznak, s így nincs szükségünk PT_3 vagy PT_4 típusu alkalmazottakra. Ekkor egy megfelelő LP feladat a következő:

min $z = 64(F_{12} + F_1) + 15(P_9 + P_{10} + P_{11} + P_{12} + P_1 + P_2)$

feltéve, hogy $F_{12} + F_1 + P_9 \geq 4$

$F_{12} + F_1 + P_9 + P_{10} \geq 3$

$F_{12} + F_1 + P_9 + P_{10} + P_{11} \geq 4$

$F_1 + P_{10} + P_{11} + P_{12} \geq 6$

$F_{12} + P_{11} + P_{12} + P_1 \geq 5$

$F_{12} + F_1 + P_{12} + P_1 + P_2 \geq 6$

$F_{12} + F_1 + P_1 + P_2 \geq 8$

$F_{12} + F_1 + P_2 \geq 8$

$P_9 + P_{10} + P_{11} + P_{12} + P_1 + P_2 \leq 5$

és minden változó ≥ 0

Ha a változókról egészértékűség van kikötve, akkor az optimális megoldásra $F_{12} = F_1 = 3, P_{11} = 3,$ and $P_2 = 2$ adódik, 459\$ teljes napi költséggel.

39. $i < j$ -re legyen X_{ij} = azon dolgozók száma, akik heti szabadnapja i és j lesz (1.nap = vasárnap...7.nap = szombat). Figyeljük meg, hogy szombaton $30 - 28 = 2$ dolgozónak kell szabadnapot kapnia. A szombatot szabadnapként megkapó dolgozók esetében i vagy $j = 7$. megismételve ezt az okoskodást és

megfigyelve, hogy az egymás melletti napokat szabadságnak megkapó dolgozók esetében $|j-i| = 1$ vagy $i = 1$ és $j = 7$ a feladatra a következő megfogalmazást kapjuk:

$$\max z = X_{12} + X_{17} + X_{23} + X_{34} + X_{45} + X_{56} + X_{67}$$

feltéve, hogy

$$X_{17} + X_{27} + X_{37} + X_{47} + X_{57} + X_{67} = 2 \text{ (szombat felt.)}$$

$$X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} = 12 \text{ (vasárnap felt.)}$$

$$X_{12} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} = 12 \text{ (hétfő felt.)}$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} = 6 \text{ (kedd felt.)}$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{45} + X_{46} + X_{47} = 5 \text{ (szerda felt.)}$$

$$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{56} + X_{57} = 14 \text{ (csütörtök felt.)}$$

$$X_{16} + X_{26} + X_{36} + X_{46} + X_{56} + X_{67} = 9 \text{ (péntek felt.)}$$

S az összes változó nemnegatív

Ennek az LP-nek az optimális megoldása: $X_{12} = 8$,

$X_{13} = 2$, $X_{17} = 2$, $X_{23} = 4$, $X_{45} = 5$, $X_{56} = 9$, $z = 28$. Így 2 dolgozó van, aki nem kap szomszédos napokat szabadságként.

40. Legyen c_t = a t-edik hónap végén rendelkezésre álló készpénz.

x_t = A t-edik hónap kezdetén beszerzett kukoricamennyiség (tonna).

y_t = A t-edik hónap végén eladott kukoricamennyiség (tonna)

i_t = a rendelkezésre álló kukoricamennyiség a t-edik havi beszerzés után (de a t-edik havi eladás előtt)

Ekkor egy helyes megfogalmazása a feladatnak a következő:

$$\max z = 250y_1 + 400y_2 + 350y_3 + 550y_4 - 300x_1 - 350x_2 - 400x_3 - 500x_4$$

$$\text{felt.h. } i_1 = x_1 + 50 \quad i_2 = i_1 - y_1 + x_2$$

$$i_3 = i_2 - y_2 + x_3$$

$$i_4 = i_3 - y_3 + x_4$$

$$i_1 \leq 100$$

$$i_2 \leq 100$$

(kapacitáskorlát)

$$i_3 \leq 100$$

$$i_4 \leq 100$$

$y_1 \leq i_1$, $y_2 \leq i_2$, $y_3 \leq i_3$, $y_4 \leq i_4$ (nem adható el több, mint amennyi van)

$$c_1 = 1,000 - 300x_1 + 250y_1$$

$$c_2 = c_1 - 350x_2 + 400y_2$$

$$c_3 = c_2 - 400x_3 + 350y_3$$

$$300x_1 \leq 1,000$$

$$350x_2 \leq c_1$$

$400x_3 \leq c_2$ (Nem költhető el több pénz, mint amennyi van)

$$500x_4 \leq c_3$$

és minden változó ≥ 0 .

41. Legyen X_{ij} = az i-edik hó elején j hónapra befektetett pénz. Figyelembe véve, hogy minden hónapra fennáll, hogy (Befektetett pénz) + (Kifizetett számlák értéke = (Rendelkezésre álló pénz), a következő megfogalmazást kapjuk.

$$\max z = 1.08X_{14} + 1.03X_{23} + 1.01X_{32} + 1.001X_{41}$$

$$\text{felt.h. } X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + 600 = 400 + 400 \text{ (1.hónap)}$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + 500 = 1.001X_{11} + 800 \text{ (2.hónap)}$$

$$X_{31} + X_{32} + 500 = 1.01X_{12} + 1.001X_{21} + 300 \text{ (3.hónap)}$$

$$X_{41} + 250 = 1.03X_{13} + 1.01X_{22} + 1.001X_{31} + 300 \text{ (4.hónap)}$$

és minden változó ≥ 0

42. Legyen X_{ij} = az i -edik városból származó olyan szemét (tonnában), amit a j -edik szemétegetőbe küldenek, és legyen Y_{ij} = annak a törmeléknek (szemétiszapnak) a mennyisége (tonna), amit az i -edik szemétegetőből a j -edik földfeltöltő helyre szállítanak. Ekkor a problémára a helyes LP feladat a következő lesz:

$$\begin{aligned} \min z &= 40(X_{11}+X_{21})+30(X_{12}+X_{22})+ \\ &+ 3[30X_{11}+5X_{12}+36X_{21}+42X_{22}+5Y_{11}+8Y_{12}+9Y_{21}+6Y_{22}] \\ \text{felt.h. } X_{11} + X_{12} &= 500 \text{ (az 1. városbeli szemetet} \\ &\text{elszállítják valahova)} \\ X_{21} + X_{22} &= 400 \text{ (az 2. városbeli szemetet} \\ &\text{elszállítják valahova)} \\ Y_{11} + Y_{12} &= .2(X_{11}+X_{21}) \text{ (az 1. szemétegetőből a} \\ &\text{törmelékelt elszállítják valahova)} \\ Y_{21} + Y_{22} &= .2(X_{12}+X_{22}) \text{ (a 2.szemétegetőből a} \\ &\text{törmelékelt elszállítják valahova)} \\ Y_{11} + Y_{21} &\leq 200 \text{ (az 1.földfelt. hely kapacitása)} \\ Y_{12} + Y_{22} &\leq 200 \text{ (az 2.földfelt. hely kapacitása)} \\ X_{11} + X_{21} &\leq 500 \text{ (az 1.szemétegető kapacitása)} \\ X_{12} + X_{22} &\leq 500 \text{ (a 2.szemétegető kapacitása)} \\ &\text{és minden változó} \geq 0 \end{aligned}$$

43. Legyen X_1 = az 1. olvasztási módszer felhasználással készített tranzisztorok száma
 X_2 = a 2. olvasztási módszer felhasználással készített tranzisztorok

D = a nem újrahevített gyártás alatti selejtek száma

RD = az újrahevített gyártás alatti selejtek száma

R_1 = az 1-es minőségi fokozatu, újrahev.tranz.-k száma

R_2 = a 2-es minőségi fokozatu, újrahev.tranz.-k száma

R_3 = a 3-as minőségi fokozatu, újrahev.tranz.-k száma

Y_1 = az 1-es minőségi fok., nem újrahev.tranz.-k száma Y_2

= a 2-es minőségi fok., nem újrahev.tranz.-k száma

Y_3 = a 3-as minőségi fok., nem újrahev.tranz.-k száma Ekkor

az adódó LP feladat a következő:

$$\begin{aligned} \min z &= 50X_1 + 70X_2 + 25RD + 25R_1 + 25R_2 + 25R_3 \\ \text{felt.h. } 0.3X_1 + 0.2X_2 - RD - D &= 0 \\ 0.3X_1 + 0.2X_2 - R_1 - Y_1 &= 0 \\ 0.2X_1 + 0.25X_2 - R_2 - Y_2 &= 0 \\ 0.15X_1 + 0.20X_2 - R_3 - Y_3 &= 0 \\ 0.25RD + 0.30R_1 + Y_1 &\geq 3000 \\ 0.15RD + 0.30R_1 + 0.40R_2 + Y_2 &\geq 3000 \\ 0.20RD + 0.20R_1 + 0.30R_2 + 0.50R_3 + Y_3 &\geq 2000 \\ 0.05X_1 + 0.15X_2 + 0.10RD + 0.20R_1 + 0.30R_2 \\ &+ 0.50R_3 \geq 1000 \\ X_1 + X_2 + RD + R_1 + R_2 + R_3 &\leq 20000 \\ \text{és minden változó} &\geq 0 \end{aligned}$$

44. Legyen

BOX = beszerzett dobozpapír (tonna)

TIS = beszerzett selyempapír (tonna)

NEWS = beszerzett újságpapír (tonna)

BOOK = beszerzett könyvpapír (tonna)

BOX1 = a dobozpapírból a festéktelenítési eljárásan keresztülbocsátott rész (tonna)

TIS1 = a selyempapírból a festéktelenítési eljárásan keresztülbocsátott rész (tonna)

NEWS1 = az újságpapírból a festéktelenítési eljárásan

keresztülbocsátott rész (tonna)
 BOOK1 = a könyvpapírból a festéktelenítési eljárás
 keresztülbocsátott rész (tonna)
 BOX2 = a dobozpapírból az aszfaltdiszperziós eljárás
 keresztülbocsátott rész (tonna)
 TIS2 = a selyempapírból az aszfaltdiszperziós eljárás
 keresztülbocsátott rész (tonna)
 NEWS2 = az újságpapírból az aszfaltdiszperziós eljárás
 keresztülbocsátott rész (tonna)
 BOOK2 = a könyvpapírból az aszfaltdiszperziós eljárás
 keresztülbocsátott rész (tonna)
 PBOX = rendelkezésre álló dobozpapír-pép
 PTIS = rendelkezésre álló selyempapír-pép
 PNEWS = rendelkezésre álló újságpapír-pép
 PBOOK = rendelkezésre álló könyvpapír-pép
 PBOX_i = i-edik min. fokozatu papír készítésére
 felhasznált dobozpapír-pép
 PTIS_i = i-edik min. fokozatu papír készítésére
 felhasznált selyempapír-pép
 PNEWS_i = az i-edik min. fokozatu papír készítésére
 felhasznált újságpapír-pép

Egy helyes megfogalmazása a feladatnak:

$\min z = 5\text{BOX} + 6\text{TIS} + 8\text{NEWS} + 10\text{BOOK} + 20\text{BOX1} + 20\text{TIS1} + 20\text{NEWS1} + 20\text{BOOK1} + 15\text{BOX2} + 15\text{TIS2} + 15\text{NEWS2} + 15\text{BOOK2}$

felt.h. $\text{BOX1} + \text{BOX2} \leq \text{BOX}$

$\text{TIS1} + \text{TIS2} \leq \text{TIS}$

$\text{NEWS1} + \text{NEWS2} \leq \text{NEWS}$

$\text{BOOK1} + \text{BOOK2} \leq \text{BOOK}$

$0.135\text{BOX1} + 0.12\text{BOX2} = \text{PBOX}$

$0.18\text{TIS1} + 0.16\text{TIS2} = \text{PTIS}$

$0.27\text{NEWS1} + 0.24\text{NEWS2} = \text{PNEWS}$

$0.36\text{BOOK1} + 0.32\text{BOOK2} = \text{PBOOK}$

$\text{PBOX2} + \text{PBOX3} \leq \text{PBOX}$

$\text{PTIS2} + \text{PTIS3} \leq \text{PTIS}$

$\text{PNEWS1} + \text{PNEWS3} \leq \text{PNEWS}$

$\text{PBOOK1} + \text{PBOOK2} \leq \text{PBOOK}$

$\text{PNEWS1} + \text{PBOOK1} \geq 500$

$\text{PBOX2} + \text{PTIS2} + \text{PBOOK2} \geq 500$

$\text{PBOX3} + \text{PTIS3} + \text{PNEWS3} \geq 600$

$\text{BOX1} + \text{TIS1} + \text{NEWS1} + \text{BOOK1} \leq 3000$

$\text{BOX2} + \text{TIS2} + \text{NEWS2} + \text{BOOK2} \leq 3000$

és minden változó ≥ 0

45. Legyen T_1 = a beszerzett 1-es típusu pulykák száma

T_2 = a beszerzett 2-es típusu pulykák száma

D_1 = az 1. kottletben haszn. nem-fehér hús (font)

W_1 = az 1. kottletben haszn. fehér hús (font)

D_2

= az 2. kottletben haszn. nem-fehér hús (font)

W_2 = az 2.

kottletben haszn. fehér hús (font)

A feladat:

$\max z = 4(W_1 + D_1) + 3(W_2 + D_2) - 10T_1 - 8T_2$

felt.h. $W_1 + D_1 \leq 50$ (kereslet az 1.kottletből)

$W_2 + D_2 \leq 30$ (kereslet az 2.kottletből)

$W_1 + W_2 \leq 5T_1 + 3T_2$ (Nem használható fel több fehér

hús, mint amennyi van)

$D1+D2 \leq 2T1+3T2$ (Nem használható fel több nem-
fehér hús, mint amennyi van)

$W1/(W1+D1) \geq 0.7$ vagy másképp: $0.3W1 \geq 0.7D1$

$W2/((W2+D2) \geq 0.6$ vagy másképp: $0.4W2 \geq 0.6D2$

$T1, T2, D1, W1, D2, W2 \geq 0$

46. Legyen PSt =a t-edik hónapban gyártott személyautók száma

PWt =a t-edik hónapban gyárt. kisteherautók száma

SSt = a t-edik hónapban eladott személyautók száma

SWt

= a t-edik hónapban eladott kisteherautók száma

ISt = a t-edik hónap végén készleten levő személyautók száma

IWt = a t-edik hónap végén készleten levő kisteherautók száma

Ekkor a problémát leíró helyes LP feladat:

$\max z = 8000(SS1 + SS2 + SS3) + 9000(SW1 + SW2 + SW3)$

$- 6000(PS1 + PS2 + PS3) - 7500(PW1 + PW2 + PW3)$

$- 150 (IS1 + IS2 + IS3) - 200(IW1 + IW2 + IW3)$

felt.h. $PS1 + PW1 \leq 1500$

$PS2 + PW2 \leq 1500$

$PS3 + PW3 \leq 1500$

$PS1 \geq 2(PS1 + PW1)/3$

$SS1 \leq 1100, SW1 \leq 600$

$SS2 \leq 1500, SW2 \leq 700$

$SS3 \leq 1200, SW3 \leq 500$

$IS1 = 200 + PS1 - SS1$

$IS2 = IS1 + PS2 - SS2$

$IS3 = IS2 + PS3 - SS3$

$IW1 = 100 + PW1 - SW1$

$IW2 = IW1 + PW2 - SW2$

$IW3 = IW2 + PW3 - SW3$

és minden változó ≥ 0

48. Legyen az 1. műszak= éjfél-reggel 6

2. műszak = reggel 6 - dél

3. műszak = dél-délután 6

4. műszak = délután 6 - éjfél

$x1$ = az 1. és 2. műszakban dolgozó alkalmazottak száma

$x2$ = a 2. és 3. műszakban dolgozó alkalmazottak száma $x3$ = a 3.

és 4. műszakban dolgozó alkalmazottak száma $x4$ = a 4. és az 1.

műszakban dolgozó alkalmazottak száma

i_t = a t-edik műszak után még megmaradt ügyfelek száma

s_t = a t-edik műszakban kiszolgált ügyfelek száma.

Ekkor a feladat:

$\min z = 120(x1+x2+x3+x4) + 5(i1+i2+i3+i4)$

felt.h. $i1 = 100 - s1$

$i2 = i1 + 200 - s2$

$i3 = i2 + 300 - s3$

$i4 = i3 + 200 - s4$

$i4 = 0$

$s1 \leq 50x1 + 50x4$

$s2 \leq 50x1 + 50x2$

$s3 \leq 50x3 + 50x2$

$$s_4 \leq 50x_4 + 50x_3$$

és minden változó ≥ 0

- 49.** Legyen L = a Los Angeles-ben vás. menny. (liter)
 M = a Miami-ban vásárolt menny. (liter)
 H = a Houston-ban vás. menny. (liter)
 N = a New York-ban vás. menny. (liter)
 IL = a meglevő mennyiség leszálláskor LA-ben (l)
 IM = a meglevő mennyiség leszálláskor Miami-ban (l)
 IH = a meglevő mennyiség leszálláskor Houston-ban (l)
 IN = a meglevő mennyiség leszálláskor NY-ban (l)

A feladat:

$$\begin{aligned} \min z &= 88L + 15H + 105N + 95M \\ \text{felt., h.: } IL &= IM + M - 2700[1 + (IL + IM)/2000] \\ IH &= IL + L - 1500[1 + (IL + IH)/2000] \\ IN &= IH + H - 1700[1 + (IH + IN)/2000] \\ IM &= IN + N - 1300[1 + (IN + IM)/2000] \\ IL, IN, IH, IM &\geq 600, \\ IL + L &\leq 12,000 \\ IM + M &\leq 12,000 \\ IH + H &\leq 12,000 \\ IN + N &\leq 12,000 \\ \text{és minden változó} &\geq 0 \end{aligned}$$

- 50.** Legyen P_t = az adatelőkészítéshez rendelt alkalmazottak száma a t -edik héten
 E_t = az adatbevitelhez rendelt alkalmazottak száma a t -edik héten
 I_t = még fel nem dolgozott nyomtatványok száma a t -edik hét végén
 I_t' = adatbevitelre váró nyomtatványok száma a t -edik hét
 DP_i = az adatelőkészítés szempontjából az i -edik hét folyamán feldolgozott nyomtatványok száma
 DE_i = az adatbevitel szempontjából az i -edik hét folyamán feldolgozott nyomtatványok száma

Megjegyzés: Feltételezzük, hogy minden nyomtatvány a hét elején érkezik. Azt is feltételezzük, hogy az i -edik hét folyamán az előkészítésben feldolgozott nyomtatványokat adatbevitelre továbbadják az $i+1$ -edik hét elején. A feladat:

$$\begin{aligned} \min z &= 200(P_1 + E_1 + P_2 + E_2 + P_3 + E_3 + P_4 + E_4 + P_5 + E_5) \\ \text{felt.h. } I_1 &= 40,000 - DP_1 \\ I_2 &= I_1 + 30,000 - DP_2 \\ I_3 &= I_2 + 60,000 - DP_3 \\ I_4 &= I_3 - P_4 \\ I_4 &= 0 \\ I_2' &= DP_1 \\ I_3' &= I_2' - DE_2 + 160P_2 \\ I_4' &= I_3' - DE_3 + 160P_3 \\ I_5' &= I_4' - DE_4 + 160P_4 \\ DE_5 &= I_5' \\ DE_2 &\leq 240E_2, DE_3 \leq 240E_3, DE_4 \leq 240E_4, DE_5 \leq 240E_5, \\ DP_1 &\leq 160P_1, DP_2 \leq 160P_2, DP_3 \leq 160P_3, DP_4 \leq 160P_4 \\ DE_2 &\leq 160I_2', DE_3 \leq 160I_3', DE_4 \leq 160I_4' \\ \text{minden változó} &\geq 0 \text{ és egészértékű} \end{aligned}$$

- 51a.** Legyen R_t = t -edik ellenálláselem ellenállása.
A feladat:

$$\begin{aligned} & 47 \\ \min z = & 16R_1 + 36R_2 + 64R_3 + 324R_4 \\ \text{felt.h.} & 4R_1 = 6R_2, \quad 6R_2 = 8R_3 \\ & 2 \leq 4R_1 \leq 10 \\ & 2 \leq 6R_2 \leq 10 \\ & 2 \leq 8R_3 \leq 10 \\ & \text{és minden változó} \geq 0 \end{aligned}$$

51b. Legyen R_i' = az i -edik ellenálláselem ellenállásának reciproka. Ekkor a feladat:

$$\begin{aligned} \min z = & 36R_1' + 36R_2' + 36R_3' + 16R_4' \\ \text{felt.h.} & 2 \leq 6R_1' \leq 6 \\ & 2 \leq 6R_2' \leq 6 \\ & 2 \leq 6R_3' \leq 6 \\ & 2 \leq 4R_4' \leq 6 \\ & 6R_1' + 6R_2' + 6R_3' = 4R_4' \\ & \text{és minden változó nemnegatív} \end{aligned}$$

52a. Le J = a szükséges bírók száma

X_t = betervezett bírói munkaórák száma a t -edik hónapban

I_t = a szükséges bírói órákban való elmaradás a t -edik hónap végén. Itt következik a feladat egy megfogalmazása LP segítségével. Elhanyagoltuk azt, hogy J -nek egésznek kell lennie.

Világos, hogy 3 bíró elegendő lesz.

$$\begin{aligned} \text{MIN} & J \\ \text{FELTÉVE, HOGY} & \\ 2) & I_1 + X_1 = 400 \\ 3) & - I_1 + I_2 + X_2 = 300 \\ 4) & - I_2 + I_3 + X_3 = 200 \\ 5) & - I_3 + I_4 + X_4 = 600 \\ 6) & - I_4 + I_5 + X_5 = 800 \\ 7) & - I_5 + I_6 + X_6 = 300 \\ 8) & - I_6 + I_7 + X_7 = 200 \\ 9) & - I_7 + I_8 + X_8 = 400 \\ 10) & - I_8 + I_9 + X_9 = 300 \\ 11) & - I_9 + I_{10} + X_{10} = 200 \\ 12) & - I_{10} + I_{11} + X_{11} = 100 \\ 13) & - I_{11} + I_{12} + X_{12} = 300 \\ 14) & I_{12} = 0 \\ 15) & - 120 J + X_1 \leq 0 \\ 16) & - 120 J + X_2 \leq 0 \\ 17) & - 120 J + X_3 \leq 0 \\ 18) & - 120 J + X_4 \leq 0 \\ 19) & - 120 J + X_5 \leq 0 \\ 20) & - 120 J + X_6 \leq 0 \\ 21) & - 120 J + X_7 \leq 0 \\ 22) & - 120 J + X_8 \leq 0 \\ 23) & - 120 J + X_9 \leq 0 \\ 24) & - 120 J + X_{10} \leq 0 \\ 25) & - 120 J + X_{11} \leq 0 \\ 26) & - 120 J + X_{12} \leq 0 \end{aligned}$$

Az LP feladat optimumát az algoritmus a 28 lépésben találta meg, s az optimumhoz tartozó értékek:

A célfüggvény:

1) 2.9629630

a változó	értéke	redukált költség
J	2.962963	.000000
I1	44.444440	.000000
X1	355.555500	.000000
I2	.000000	.000000
X2	344.444500	.000000
I3	.000000	.000926
X3	200.000000	.000000
I4	244.444400	.000000
X4	355.555500	.000000
I5	688.888900	.000000
X5	355.555500	.000000
I6	633.333300	.000000
X6	355.555500	.000000
I7	477.777800	.000000
X7	355.555500	.000000
I8	522.222200	.000000
X8	355.555500	.000000
I9	466.666700	.000000
X9	355.555500	.000000
I10	311.111100	.000000
X10	355.555500	.000000
I11	55.555560	.000000
X11	355.555500	.000000
I12	.000000	.000000
X12	355.555500	.000000

sor	hiány vagy többlet	duál árak
2)	.000000	.000000
3)	.000000	.000000
4)	.000000	.000000
5)	.000000	-.000926
6)	.000000	-.000926
7)	.000000	-.000926
8)	.000000	-.000926
9)	.000000	-.000926
10)	.000000	-.000926
11)	.000000	-.000926
12)	.000000	-.000926
13)	.000000	-.000926
14)	.000000	.000926
15)	.000000	.000000
16)	11.111110	.000000
17)	155.555600	.000000
18)	.000000	.000926
19)	.000000	.000926
20)	.000000	.000926
21)	.000000	.000926
22)	.000000	.000926
23)	.000000	.000926
24)	.000000	.000926
25)	.000000	.000926
26)	.000000	.000926

az iterációk száma = 28

52b.

A változók ugyanazok, mint 52a-ban, hozzávéve még a következőt:
 J_t = azon bírók száma, akik a t -edik hónapban szabadságon vannak, s természetesen ez is egészértékű. Ekkor a feltételek:

$$\begin{aligned}
 2) \quad & I_1 + X_1 = 400 \\
 3) \quad & -I_1 + I_2 + X_2 = 300 \\
 4) \quad & -I_2 + I_3 + X_3 = 200 \\
 5) \quad & -I_3 + I_4 + X_4 = 600 \\
 6) \quad & -I_4 + I_5 + X_5 = 800 \\
 7) \quad & -I_5 + I_6 + X_6 = 300 \\
 8) \quad & -I_6 + I_7 + X_7 = 200 \\
 9) \quad & -I_7 + I_8 + X_8 = 400 \\
 10) \quad & -I_8 + I_9 + X_9 = 300 \\
 11) \quad & -I_9 + I_{10} + X_{10} = 200 \\
 12) \quad & -I_{10} + I_{11} + X_{11} = 100 \\
 13) \quad & -I_{11} + I_{12} + X_{12} = 300 \\
 14) \quad & I_{12} = 0 \\
 15) \quad & 120J_1 - 120J + X_1 \leq 0 \\
 16) \quad & 120J_2 - 120J + X_2 \leq 0 \\
 17) \quad & 120J_3 - 120J + X_3 \leq 0 \\
 18) \quad & 120J_4 - 120J + X_4 \leq 0 \\
 19) \quad & 120J_5 - 120J + X_5 \leq 0 \\
 20) \quad & 120J_6 - 120J + X_6 \leq 0 \\
 21) \quad & 120J_7 - 120J + X_7 \leq 0 \\
 22) \quad & 120J_8 - 120J + X_8 \leq 0 \\
 23) \quad & 120J_9 - 120J + X_9 \leq 0 \\
 24) \quad & 120J_{10} - 120J + X_{10} \leq 0 \\
 25) \quad & 120J_{11} - 120J + X_{11} \leq 0 \\
 26) \quad & 120J_{12} - 120J + X_{12} \leq 0 \\
 27) \quad & -J_1 - J_2 - J_3 - J_4 - J_5 - J_6 - J_7 - J_8 - J_9 - J_{10} = J_{11} - J_{12} + J = 0 \\
 & \text{s minden } J_t \text{ egész}
 \end{aligned}$$

53. Legyen L = a hosszútávra kölcsönvett pénz (ezer dollárban)

S_t = a rövidtávra kölcsönvett pénzek még ki nem fizetett része/egyenlege (ezer dollárban) a t -edik hónap végén

C_t = a rendelkezésre álló készpénz a t -edik hónap végén

Ekkor a probléma egy helyes megfogalmazása a következő:

$$\min z = 90L + 40S_1 + 40S_2 + 40S_3 + 40S_4 + 40S_5 + 40S_6$$

$$\text{felt.h. } L + S_1 + 2 = 5 + C_1$$

$$C_1 + S_2 + 2 = 5 + C_2 + 1.04S_1$$

$$C_2 + S_3 + 2 = 6 + C_3 + 1.04S_2$$

$$C_3 + S_4 + 4 = 2 + C_4 + 1.04S_3$$

$$C_4 + S_5 + 7 = 2 + C_5 + 1.04S_4$$

$$C_5 + S_6 + 9 = 1 + 1.09L + 1.04S_6 + C_6 + 1.04S_5$$

és minden változó ≥ 0

Az utolsó feltétel biztosítja, hogy végső soron minden kölcsön visszafizetésre kerül.

54. Legyen H_0 = a fűtőóaj eladott mennyisége (liter)

G = a benzin eladott mennyisége (liter)

J = a repülőgép-üzem. eladott menny. (liter)

C_1 = az 1. típusu nyersolajból beszerzett mennyiség

C2 = a 2. típusu nyersolajból beszerzett mennyiség

HO1 = az 1. típusu nyersolajból desztillált és fűtőolajként használt rész (liter)

HO2 = a 2. típusu nyersolajból desztillált és fűtőolajként használt rész (liter)

NG = a repülőgépezemanyagként használt kinyert nafta (liter)

NJ = a benzinnek hasznosított nafta (liter)

DO1 = a desztillált 1. típ. nyersolaj krakkolón átbocsátott része (liter)

DO2 = a desztillált 2. típ. nyersolaj krakkolón átbocsátott része (liter)

CO1G = a krakkolt 1. típ. olaj benzinnek használt része (liter)

CO2G = a krakkolt 2. típ. olaj benzinnek használt része (liter)

CO1J = a krakkolt 1. típ. olaj repülőgépezemanyagként használt része (liter)

CO2J = a krakkolt 2. típ. olaj repülőgépezemanyagként használt része (liter) .

A feladat egy helyes megfogalmazása ezek után a következő :

$$\max z = 14HO + 18G + 16J - 12.1C1 - 10.1C2 - 0.15DO1 - 0.15DO2$$

$$\text{felt.h. } C1 \leq 10000$$

$$C2 \leq 10000$$

$$0.3C1 + 0.2C2 = HO1 + DO1$$

$$0.1C1 + 0.4C2 = HO2 + DO2$$

$$0.6C1 + 0.4C2 = NG + NJ$$

$$0.8DO1 + 0.7DO2 = CO1G + CO1J$$

$$0.2DO1 + 0.3DO2 = CO2G + CO2J$$

$$HO = HO1 + HO2$$

$$G = NG + CO1G + CO2G$$

$$J = NJ + CO1J + CO2J$$

$$-8.5G + 8NG + 9CO1G + 6CO2G \geq 0$$

$$-7J + 8NJ + 9CO1J + 6CO2J \geq 0$$

$$-4.5HO + 4HO1 + 5HO2 \geq 0$$

$$C1 + C2 \leq 15,000$$

$$HO \geq 3000 \quad G \geq 3000 \quad J \geq 3000$$

és minden változó ≥ 0

55. Minden változó millióban van kifejezve. Legyen

M = a márkából más valutára nem konvertált mennyiség,

P = a fontból más valutára nem konvertált mennyiség

D = a dollárból más valutára nem konvertált mennyiség FD =

záró dollár pozíció, FP = záró font pozíció

FM = záró márka pozíció, FY = záró yen pozíció

PD = a fontból dollárra konvertált mennyiség

MD = a márkából dollárra konvertált mennyiség

DP = a dollárból fontra konvertált rész

MP = a márkából fontra konvertált rész

DM = a dollárból márkára konvertált rész

PM = a fontból márkára konvertált rész

Az adódó LP feladat a következő:

$$\text{MAX } FD + 1.696993 FP + 0.573721 FM + 0.007230999 FY$$

FELTÉVE, HOGY

51

- 2) $FD - D - 1.697 PD - 0.57372 MD = 0$
- 3) $FP - P - 0.58928 DP - 0.33808 MP = 0$
- 4) $FM - M - 1.743 DM - 2.9579 PM = 0$
- 5) $FY - 138.3 DY - 234.7 PY - 79.346 MY = 0$
- 6) $FD \geq 6$
- 7) $FP \geq 3$
- 8) $FM \geq 1$
- 9) $FY \geq 10$
- 10) $D + DP + DM + DY = 8$
- 11) $PD + P + PM + PY = 1$
- 12) $MD + MP + M + MY = 8$

Az optimális megoldás a következő:

1) 14.28693

változó	értéke	redukált költség
FD	6.000000	0.000000
FP	3.000000	0.000000
FM	1.000000	0.000000
FY	362.637451	0.000000
D	6.000000	0.000000
PD	0.000000	0.000015
MD	0.000000	-0.000003
P	0.000000	0.000029
DP	2.000000	0.000000
MP	5.387601	0.000000
M	1.000000	0.000000
DM	0.000000	0.000011
PM	0.000000	0.000018
DY	0.000000	0.000012
PY	1.000000	0.000000
MY	1.612399	0.000000